

Determinare i punti di discontinuità delle seguenti funzioni e la loro specie:

- $f(x) = \frac{|x|+2}{|x|+1}$
- $f(x) = \frac{|\sin x|}{\sqrt{1-\cos x}}$
- $f(x) = \tan \frac{1}{x}$
- $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$
- $f(x) = \frac{3^{\frac{2}{x}} + 3^{\frac{1}{x}}}{3^{\frac{1}{x}} - 3}$

Determina a affinché le funzioni considerate siano continue su tutto $\mathbb{R}$:

•

$$f(x) = \begin{cases} 2^{3x} - a^5 - 29 & \text{se } x < 2 \\ 3^{x-1} & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

•

$$f(x) = \begin{cases} 2a - \cos x & \text{se } x < \pi \\ 2 \sin x + a & \text{se } x \geq \pi \end{cases}$$

•

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \arctan x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{2}{x^2 - a} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

•

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2a + 1 & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{\sin ax}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

•

$$f(x) = \begin{cases} a - 2 \cos x & \text{se } x \leq -\pi \\ 2a & \text{se } -\pi < x < \frac{3}{2}\pi \end{cases}$$

Controllare se le seguenti funzioni verificano le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri nell'intervallo a fianco indicato:

- $f(x) = e^x + 3x, I = [-1; 0]$
- $f(x) = x^5 - x^4 - 3, I = [0; 1]$
- $f(x) = \sin x - x, I = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
- $f(x) = \ln(\cos x + 3), I = [-\pi, \pi]$

Determina gli asintoti delle seguenti funzioni

- $f(x) = \frac{5x+7}{x^4+9}$
- $f(x) = |x-3| - \sqrt{x^2-4}$
- $f(x) = e^{-\frac{x+3}{x}}$
- $f(x) = \frac{\sqrt{2+x^2}-x}{x+3}$
- $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}+x-4}{|x|-3}$

Calcola la derivata delle seguenti funzioni:

- $f(x) = 2 \arctan x - \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$
- $f(x) = \frac{x^3-2x^2+1}{(x-1)^2} + 2 \ln(x-1)$
- $f(x) = \tan x \cdot \ln \cos x + \tan x - x$

- $f(x) = \frac{9}{4}x(\sin \ln 2x - \cos \ln 2x)$
- $f(x) = \ln^2 \tan^2 x^2$

Calcola l'equazione della retta tangente al grafico delle seguenti funzioni nel punto indicato:

- $f(x) = 5x^2 - 4x + 1, x_0 = 1$
- $f(x) = x + \sqrt{x}, x_0 = 4$
- $f(x) = \arctan(x - 1), x_0 = 0$
- $f(x) = \sqrt{5x^2 - 1}, x_0 = 1$
- $f(x) = 3 - 2 \tan x, x_0 = \frac{\pi}{4}$

Determina i punti di non derivabilità delle seguenti funzioni e il loro tipo:

- $f(x) = \frac{|x|}{|x-2|}$
- $f(x) = |e^{x-1} - 1|$
- $f(x) = \sqrt{|x|}$
- $f(x) = e^x \sqrt[3]{(x-1)^2}$
- $f(x) = \frac{\sqrt[3]{1-x}}{3x}$

Determinare i valori di a e b in modo che la funzione $f(x)$ risulti continua e derivabile su tutto $\mathbb{R}$:

•

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + bx - a & \text{se } x \leq 0 \\ x - 2b & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

•

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax - b & \text{se } x < 0 \\ e^x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

•

$$f(x) = \begin{cases} -2ax^2 + bx & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{1}{x^2+1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

•

$$f(x) = \begin{cases} ae^x + b & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1}{2e^x-1} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

•

$$f(x) = \begin{cases} a \cos^2 x + b \sin x & \text{se } x < 0 \\ -\frac{2}{x+1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Calcolare i seguenti limiti:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + 5x^2 - 3x - 1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arcsin x}{\sin^3 x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(1 - e^{\frac{x}{1+x^2}})$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{1}{(x^2-1)^2} - \frac{1}{\ln x} \right]$