

Esercizi sullo Studio di funzione

Esercizio 1

Delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \arctan \sqrt{|x-1|} + \frac{1}{4}x - \frac{\pi}{4}$$

$$f(x) = 2 \arcsin \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) + x$$

$$f(x) = \frac{1}{\log^2 x} - \frac{2}{\log x} + 1$$

$$f(x) = \frac{2}{2 - \log_2(x-1)^2} + 1$$

$$f(x) = |1 - \log^3 x|$$

$$f(x) = 2x + 3\sqrt[3]{(e^x - 2)^2}$$

- a) dopo averle classificate, determinare il campo di esistenza;
- b) studiarne il comportamento agli estremi;
- c) classificare gli eventuali punti di discontinuità;
- d) studiarne le eventuali simmetrie;
- e) studiarne la positività (quando è conveniente!)
- f) determinare gli eventuali asintoti;
- g) calcolare la derivata prima e determinare gli eventuali punti di massimo e minimo (relativi e assoluti);
- h) determinare gli eventuali punti di non derivabilità e classificarli;
- i) calcolare la derivata seconda e determinare gli eventuali punti di flesso;
- j) darne un grafico approssimato.

Esercizio 2

Procedendo come nell'esercizio precedente, studiare il grafico delle seguenti funzioni:

$$1. f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1} \cdot e^{-x}$$

$$2. f(x) = \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right) e^x$$

$$3. f(x) = x e^{\frac{3x+1}{3x-1}}$$

$$4. f(x) = \log \left(\frac{x^2 + 4}{|x+2|} \right)$$

$$5. f(x) = 2x + \arcsin \frac{x+1}{x-1}$$

$$6. f(x) = e^{-\left| \frac{x+1}{x-1} \right|}$$

$$7. f(x) = (x^2 - 5x + 6) e^x$$

$$8. f(x) = x^2 \log 2x$$

$$9. f(x) = |x| e^{-\frac{1}{x}}$$

$$10. f(x) = \log \left(1 - \left| \frac{x}{x-1} \right| \right)$$

$$11. f(x) = \frac{2x+1}{x^2+1} + \arctan \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$$

$$12. f(x) = \frac{x^3}{\log|x|}$$

$$13. f(x) = (1 + |x|) e^{-x^2}$$

$$14. f(x) = \sqrt{x} (\log x)^{\frac{4}{3}}$$

$$15. f(x) = x e^{-\frac{1}{\log|x|}}$$

$$16. f(x) = \frac{x^2}{1-x}$$

$$17. f(x) = \sqrt{x^2 - \frac{9}{x}}$$

$$18. f(x) = \sqrt{|x^2 - 25x|}$$

$$19. f(x) = \sqrt[3]{x^2(x-4)}$$

$$20. f(x) = |\log(\log(x-1))|$$

$$21. f(x) = \frac{\log(2x)}{1 + \log(2x)}$$

$$22. f(x) = \frac{e^{x^2-5x+6} + 1}{e^{x^2-5x+6} - 1}$$

$$23. f(x) = x e^{\frac{1}{\log x}}$$

$$24. f(x) = \cos^2 x - \cos x$$

$$25. f(x) = x + 2 \sin x$$

Esercizio 3

Assegnata la funzione: $f(x) = \ln^2 x - \ln x$

- studiare il grafico
- dire se è applicabile il teorema di Rolle nell'intervallo $[1, e]$.

Esercizio 4

Assegnata la funzione: $f(x) = \frac{(x+2)^2}{\ln(x+2)}$

- studiare il grafico
- dire per quali valori reali di k l'equazione $f(x)=k$ non ha soluzioni.

Esercizio 5

Assegnata la funzione: $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2-4}}$

- studiare il grafico
- dire se è applicabile il teorema di Rolle nell'intervallo $[-1/2, 1/2]$,
- Provare che la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2-4}}$.

Esercizio 6

Assegnata la funzione: $f(x) = e^{2x}(5-3x)$

- studiare il grafico
- trovare l'immagine di f ,
- a partire dal grafico di $f(x)$, disegnare il grafico del valore assoluto di $f(x)$. Dire se la funzione ottenuta è continua e derivabile nell'intervallo $[0, 3]$.

Esercizio 7

Assegnata la funzione: $f(x) = \ln\left(\frac{5x}{2x^2+2}\right)$

- studiare il grafico
- dire se è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $[1, 2]$.

Esercizio 8

Assegnata la funzione: $f(x) = \frac{x^2-2x}{2x-1}$

- studiare il grafico
- trovare $\text{Im}(f)$,
- dire per quali valori reali di k l'equazione $f(x)=k$ ammette soluzioni, e in caso affermativo, quante ne ammette,
- dire se è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $[2, 5]$.