Calcolo integrale

December 24, 2011

Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

- $\int \left(\frac{x^3 - x^2}{2} + x + 1 \right) \, dx$
- $\int \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) \, dx$
- $\int \cot x \, dx$
- $\int \left(-\frac{\cos x}{3 - \sin x} \right) \, dx$
- $\int \frac{1}{x \ln x} \, dx$
- $\int \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx$
- $\int \frac{1}{\sqrt{1 - 9x^2}} \, dx$
- $\int x e^{2-x} \, dx$
- $\int \frac{2}{x^2 - 6x + 12} \, dx$
- $\int \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx$
- $\int \sin x \ln(1 + \cos x) \, dx$
- $\int \sqrt{64 + x^2} \, dx$
- $\int \frac{2x+3}{x^2 + 2x + 2} \, dx$
- $\int \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} \, dx$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 4x}}$
- $\int \frac{\sin^3 x}{3} \, dx$
- $\int (2x+1) \arctan x \, dx$
- $\int \frac{4x^2 - x}{(1+x)^7} \, dx$
- $\int \frac{dx}{4e^{2x} + 3}$
- $\int \frac{\ln^2 x}{x^2} \, dx$
- $\int \frac{3x^3 + 1}{x^2 - 1} \, dx$
- $\int \sqrt{8 - 2x^2} \, dx$
- $\int \frac{15 - x}{x^2 + 5x - 6} \, dx$
- $\int \frac{dx}{x \sqrt{1-x}}$

- $\int \frac{4x \arcsin 2x}{\sqrt{1-4x^2}}\, dx$
- $\int \ln(1+\sqrt{1+2x})\, dx$

Calcola il valore dei seguenti integrali definiti, noto il valore dell'integrale indicato a fianco:

- $\int_0^4 f(2x)\, dx$, sapendo che $\int_0^8 f(x)\, dx = 10$
- $\int_2^4 f(\frac{x}{4})\, dx$, sapendo che $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)\, dx = 6$
- $\int_1^2 3f(\frac{x}{2})\, dx$, sapendo che $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)\, dx = 9$
- $\int_0^8 2f(x)\, dx$, sapendo che $\int_0^4 f(2x)\, dx = 10$

Indica quali delle seguenti funzioni rispettano le ipotesi del teorema della media nell'intervallo scritto accanto:

- $f(x) = \frac{4}{x-1}$, $I = [1;4]$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$, $I = [1;3]$
- $f(x) = 6 + \frac{|x|}{x}$, $I = [-1,1]$
- $f(x) = \frac{x-2}{x^2-x-2}$, $I = [0,3]$

Calcola il valore medio delle seguenti funzioni nell'intervallo scritto a fianco e calcola il punto z in cui la funzione assume tale valore.

- $f(x) = \frac{1}{x}$, $I = [0;2]$;
- $f(x) = 4 - x^2$, $I = [1;2]$;
- $f(x) = \sqrt{x+2}$, $I = [-1;2]$;
- $f(x) = x\cos x$, $I = [-\pi, \pi]$

Calcolare la derivata delle seguenti funzioni integrali:

- $G(x) = \int_1^x \frac{t^2}{1+t} dt$
- $G(x) = \int_2^{x^4} \arctan t dt$
- $G(x) = \int_{-3}^{2x^2} \sqrt{4+t^3} dt$
- $G(x) = \int_2^{e^{x^2}} \ln^2 t dt$

Calcola i seguenti integrali definiti

- $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (2\cos x - 1) dx$
- $\int_0^1 (\sqrt[3]{x} - x) dx$
- $\int_{\frac{2}{3}}^{\frac{e+1}{3}} \frac{3}{3x-1} dx$
- $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx$
- $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{3}} \frac{e^{-x}}{x^2} dx$
- $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \frac{\sin x}{\cos x - 1} dx$
- $\int_0^8 \frac{1}{\sqrt{64-x^2}} dx$

- $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin x\cos x+1)dx$
- $\int_1^2 2x\ln x dx$
- $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 e^x\cos x dx$
- $\int_{e^{\frac{\pi}{4}}}^{e^{\frac{\pi}{2}}}\frac{1}{x\sin^2(\ln x)}dx$
- $\int_0^1 e^{\sqrt{x}}dx$
- $\int_{-\frac{\pi}{10}}^{\frac{\pi}{10}}\tan 2x dx$
- $\int_0^4|3x^2-4x-4|dx$
- $\int_0^1\frac{x^2+1}{e^x}dx$

Dopo aver disegnato le superifici delimitate dall'asse x e dal grafico delle seguenti funzioni definite negli intervalli indicati, calcolane l'area.

- $f(x)=-x^2+1,\ I=[1;3]$
- $f(x)=-\frac{3}{x},\ I=[3;6]$
- $f(x)=\ln x,\ I=\left[\frac{1}{2};1\right]$
- $f(x)=\cos x,\ I=\left[0;\frac{5}{6}\pi\right]$
- $f(x)=e^x-1,\ I=[-1;1]$
- $f(x)=\sqrt{x}-1,\ I=[0;4]$
- Determina l'area della regione finita di piano contenuta nel primo quadrante e individuata dalla parabola di equazione $f(x)=-x^2+2$ e dalla curva di equazione $g(x)=x^3$
- Determina l'area della regione finita di piano contenuta individuata dalla curva di equazione $f(x)=-\cos x$ e dalla curva di equazione $g(x)=\sin x$ nell'intervallo $I=\left[-\frac{\pi}{4},\frac{3}{4}\pi\right]$.
- Determina l'area della regione finita di piano individuata dall'iperbole di equazione $f(x)=\frac{4}{x}$ e dalla parabola di equazione $g(x)=x^2-6x+9$.