

Storia e didattica:
cosa ci insegnano le *Questioni* di
Enriques

Umberto Bottazzini
Dipartimento di Matematica
Università di Milano



Federigo Enriques

Alle origini

Klein, *Vorträge über
ausgewählte Fragen der
Elementargeometrie*,
Leipzig 1895

(*Conferenze sopra
alcune questioni di
geometria elementare*,
Torino 1896)



Parte I: *Possibilità di costruire espressioni algebriche*

- Equazioni algebriche risolubili per mezzo di radici quadrate
- Problema di Delo e trisezione dell'angolo
- Divisione della circonferenza in parti uguali
- Costruzione del poligono regolare di 17 lati
- Generalità sulle costruzioni algebriche

Parte II: *Numeri trascendenti e quadratura del cerchio*

- Dimostrazione di Cantor dell'esistenza di numeri trascendenti
- Sguardo storico ai tentativi per calcolare e costruire π
- Trascendenza del numero e
- Trascendenza di π

Enriques a Hilbert (1)

1. aprile 1899

"Il prof. Klein, col quale ho avuto la fortuna di trovarmi nei giorni scorsi, mi ha incoraggiato a scriverle per domandarle notizia dei piu' recenti lavori del sig. Minkowsky in quanto puo' interessare i fondamenti della geometria.



Enriques a Hilbert (2)

8 luglio 1899

"Chiar.mo sig. professore

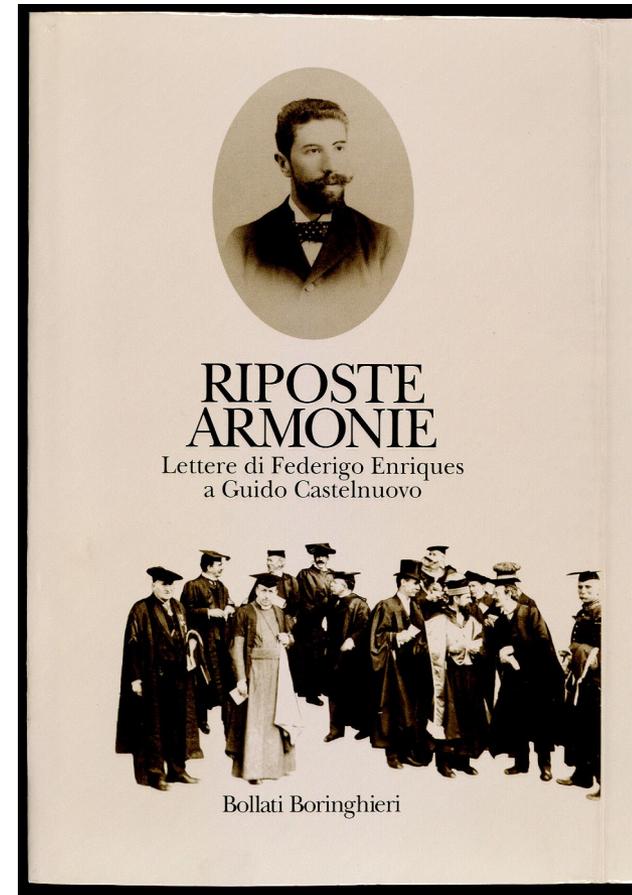
apprendo dal Castelnuovo che Ella ha pubblicato una memoria molto importante sui fondamenti della geometria e vorrei (giacché sono in tempo) tenerne conto per il mio articolo dell'enciclopedia. Perciò, incoraggiato dalla gentilezza della sua ultima cartolina, vorrei pregarla di volermi inviare una copia della detta memoria anche nel caso in cui Ella me ne avesse già favorito una che per un disgraziato accidente si fosse perduta. La prego di scusare la mia indiscretezza e di attribuirle all'interesse che pongo alle sue ricerche. Gradisca pure i miei distinti saluti e anticipati ringraziamenti

F.Enriques

Ossequi al prof. Klein

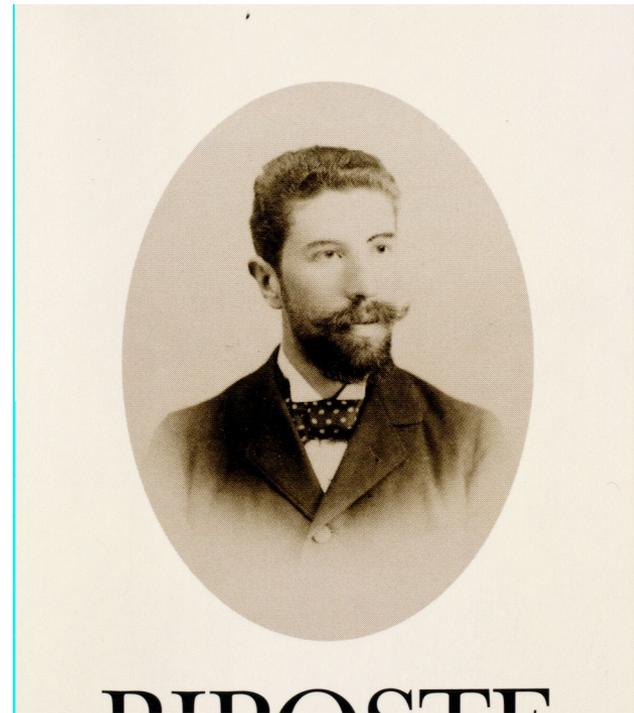
Enriques a Castelnuovo

“Avrai ricevuto il lavoro di Hilbert - scrive Enriques a Castelnuovo il 12 ottobre 1899 – e così potrai portarmi il lavoro bell’e terminato”



Di che lavoro si tratta?

“Sulla risolubilità dei
problemi geometrici
cogli strumenti:
contributo della
geometria analitica”
(G. Castelnuovo)



“Ogni problema il quale sia risolubile con riga e compasso, può anche risolversi sostituendo all’ultimo strumento il trasportatore di segmenti, purché tutte le soluzioni algebriche del problema siano reali (atte quindi a costruzioni grafiche)”

“Il sig. Hilbert nota che il problema della divisione di un cerchio in n parti uguali, quando è risolubile con riga e compasso, è pur risolubile colla riga e il trasportatore di segmenti”

16 aprile 1900 Enriques annuncia a
Castelnuovo:

“Ho avuto la prima copia dei miei *Collectanea*”

*Questioni riguardanti
la geometria elementare*

Zanichelli, Bologna 1900

- U. Amaldi, “Sui concetti di retta e piano”
- A. Guarducci, “Della congruenza e del movimento”
- G. Vailati, “Sulla teoria delle proporzioni”
- G. Vitali, “Sulle applicazioni del postulato della continuità nella geometria elementare”
- R. Bonola, “Sulle geometrie non-euclidee”

- Enriques - I numeri reali
- Gigli. - Dei numeri complessi a due e a più unità
- Castelnuovo - Sulla risolubilità dei problemi geometrici
- Enriques - Sulle equazioni algebriche risolubili per radicali quadratici e sulla costruibilità dei poligoni regolari.
- Conti - Problemi di 3° grado: Duplicazione del cubo - Trisezione dell'angolo.
- Calò - Sui problemi trascendenti e in particolare sulla quadratura del cerchio.

L'importanza scientifica e didattica delle questioni sui principi

La questione dei principi non risponde soltanto “al desiderio d’un ordinamento logico rigoroso della scienza. Ben più alta è la loro importanza e più vasto il loro campo”. Infatti, “tanto problemi della psicologia e della teoria della conoscenza vi si riannodano”

“I dati primitivi della geometria e della fisica vengono acquistati fondamentalmente nello stesso modo sulla base di certe sensazioni immediate o di certe esperienze elementari semplicissime, interpretate conformemente alla struttura logica della nostra mente”

Enriques a Vailati, 1901

- “La logica soggettiva (studio di certe operazioni del pensiero) fu sperimentalmente acquisita (come insieme di dati) o è da considerare come un riflesso della struttura del pensiero? Io sono per la seconda tesi ...
- Come dunque spiegare la rispondenza delle leggi logiche strutturali in una realtà esteriore? Qui la ricerca si volge alla fisiologia e le domanda un’ipotesi sul funzionamento del cervello che soddisfi alla spiegazione richiesta. Ella non immaginerà che io sia così ardito da domandare quali siano le condizioni fisiologiche o l’aspetto fisiologico del pensiero. Ma si può ammettere che il fenomeno del pensiero risponda a un fenomeno fisiologico localizzato in un certo gruppo di cellule e di fibre nervose d’associazione”.

Enriques a Castelnuovo

18 dicembre 1900

Il Sen. Cantoni (il filosofo di Pavia) “mi chiede qualche articolo per la sua Rivista di Filosofia. E' l'occasione per redigere, in breve, la conclusione dei miei studi sul problema psicologico dei postulati geometrici, lavoro che mi propongo di compiere durante queste vacanze”.

Enriques 'filosofo'

- *Sulla spiegazione psicologica dei postulati geometrici* (1901)
- *Problemi della scienza* (1906)
- *Rivista di scienza (Scientia)* (1907)
- *Scienza e razionalismo* (1911)

Enriques ‘riformatore’

- *La riforma dell’Università* (Scientia, 1908)
- “Il punto essenziale è che le lauree rilasciate dalle università – e ancor più i diplomi da esse creati – non abbiano alcun valore di abilitazione a professioni o a pubblici uffici”
- Queste ultime “debbono conseguirsi mediante *esami di Stato* che in taluni casi possono assumere la forma di pubblici concorsi”

La discussione sulla didattica

Nel 1911 il ministro Luigi Credaro, pedagogista di scuola herbartiana, istituisce il liceo moderno quinquennale, parallelo al liceo classico, in cui il greco sarebbe stato sostituito da una lingua moderna e con più spazio alle materie scientifiche. Castelnovo è incaricato della stesura dei programmi.

Al congresso Mathesis 1912 il Pres. Castelnuovo invita l'assemblea “a formulare una proposta concreta relativa alla migliore organizzazione della Scuola di magistero e alla distinzione tra laurea scientifica e laurea didattica”.

Enriques, *Questioni riguardanti le
matematiche elementari*, 1912-14

“Sull’insegnamento della geometria
razionale”

- “l’insegnamento sperimentale e metodico della geometria si presenta, anche dal lato educativo, come adatto a un primo grado di studi”
- “Lo svolgimento razionale della materia trova posto conveniente ad educare le facoltà logiche dell’allievo” in scuole destinate alla “preparazione a studi più elevati”

- “Non si può ammettere la netta distinzione tra scienze sperimentali e scienze razionali” o tra scienze induttive e scienze deduttive
- “La trattazione euclidea presentando coordinati in un sistema deduttivo dei risultati lungamente analizzati nei loro rapporti, nasconde sotto la forma dogmatica il cammino della scoperta”

Nel dopoguerra

Commissione del Consiglio superiore dell'Istruzione,
presieduta dall'ex ministro Credaro (1919)

Relazione di Pincherle: “il duplice scopo” della laurea in matematica, cioè quello di avviare “i giovani alla ricerca originale” e quello di “preparare gli insegnanti di matematica per le scuole medie dei vari gradi”, e la conseguente proposta “che nel secondo biennio del Corso, venga distinto più nettamente il duplice fine”.

Decreto ministro Croce, 8.8.1920

“Le Scuole di Magistero annesse alla Facoltà di lettere e filosofia e alla Facoltà di Scienze matematiche fisiche e naturali sono soppresse a decorrere dall’anno scolastico 1920-21”

Enriques Presidente Mathesis (1919)

- “Insegnamento dinamico” (Periodico, 1921)
- “non v’è iato o scissura fra matematiche elementari e matematiche superiori”
- “di ogni dottrina si studi le origini, le connessioni, il divenire, non un qualsiasi assetto statico”

Enriques-Chisini, *Lezioni*, 1916

“Una visione dinamica della scienza porta naturalmente sul terreno della storia”

“La rigida distinzione che usualmente si fa tra scienza e storia della scienza è fondata sul concetto di quest’ultima come pura erudizione letteraria. Concepita in questo modo, la storia arricchisce la teoria di un complemento di informazione cronologica e bibliografica”

Enriques-Chisini, *Lezioni* (2)

“La storia diventa parte integrante della scienza e trova il suo posto nell’esposizione delle teorie”

Decreti ministro Corbino

- 24.11.1921

Istituzione della Laurea mista in Scienze fisiche e matematiche

- 19.2.1922

La laurea è titolo abilitante all'insegnamento della fisica e della matematica. Istituzione della cattedra di *Matematiche complementari*

Verbale della Facoltà di Roma,

4.3. 1922

I professori di matematica della Facoltà, Volterra, Di Legge, Pittarelli, Enriques, Severi, Levi-Civita e Castelnuovo, riunitisi per prendere in esame il recente decreto che istituisce la laurea mista in matematica e fisica, hanno cominciato a discutere i punti sui quali era più facile stabilire un accordo. In primo luogo fu da tutti riconosciuta opportuna la istituzione dell'insegnamento di Matematica complementare” (Relazione di Castelnuovo)

“Relazione di Castelnuovo (2)

“La facoltà di Scienze della R[eale] Università di Roma approva la istituzione del corso di Matematica complementare, vantaggioso agli scopi scientifici e professionali della Facoltà; riconosce che per i giovani meno dotati per la ricerca scientifica l’esame finale di cultura permette, meglio di una dissertazione originale di far risultare la estensione delle conoscenze e le attitudini professionali del futuro insegnante”

“Relazione di Castelnuevo (3)

“La maggioranza composta dei Prof. Volterra, Di Legge, Pittarelli e Castelnuevo, non nasconde il timore che la nuova via aperta dalla laurea mista possa portare un abbassamento della cultura dei futuri professori secondari di matematica e di fisica”.

“Relazione di Castelnuovo (4)

“Coi corsi attuali del 1° biennio, affollati dagli allievi ingegneri oltre che dai laureandi, i relativi insegnamenti si sono ridotti di estensione ed abbassati di livello a tal punto da dare ai giovani, alla fine di quel primo biennio una preparazione sotto alcuni lati di poco superiore, sotto altri inferiore a quella dei candidati che in Francia si presentano ai concorsi di ammissione alle grandi scuole. Come si può riparare a tali deficienze con un solo corso di matematica complementare nel secondo biennio?”

“Relazione di Castelnuovo (5)

“Quando pure lo si volesse ridurre ad un mosaico di frammentarie notizie di Analisi, Geometria, Meccanica, non potrebbe mai tener le veci di corsi organici, i quali devono far vedere come la scienza si costruisca e si svolga anche a giovani che, pur non riuscendo a contribuire a tale sviluppo, devono della scienza di cui insegnano gli elementi conoscere qualcuno dei rami più elevati.”

“Relazione di Castelnuovo (6)

“Per tutte queste ragioni la maggioranza della Commissione teme che la istituzione della laurea mista possa nuocere alla preparazione dei futuri professori di matematica e fisica.”

“Relazione di Castelnuovo (7)

I laureati della laurea mista “usciranno dall’università quali matematici di insufficiente cultura e fisici senza abilità sperimentali, riuscendo mediocri insegnanti dell’una e dell’altra disciplina”

“Relazione di Castelnuovo (8)

“La minoranza della Commissione (Enriques, Levi-Civita, Severi) si pone da un altro punto di vista. Essa, partendo dal principio che il riavvicinamento della matematica alla fisica rappresenti un vantaggio agli scopi scientifici e professionali, ritenendo d’altra parte che non sia possibile imporre a giovani costretti a dedicare molte ore ai laboratori, di frequentare più corsi di matematiche superiori, dai quali d’altra parte non sanno trarre i frutti in vista dei quali quegli insegnamenti furono istituiti, pensa che la matematica complementare basti a colmare le lacune di cultura lasciate dai corsi del primo biennio e dar la sufficiente preparazione matematica ai futuri insegnanti.”

“Relazione di Castelnuovo (9)

“La detta minoranza desidera perciò che, in via di esperimento, sia conservata la laurea mista in matematica e fisica.”

- Enriques, *Questioni riguardanti le matematiche elementari*, 1923

Prefazione

“Edizione interamente rifatta secondo un disegno organico ancora più vasto che vuole rispondere non soltanto a uno sviluppo di idee, sì anche al posto che quest’ordine di problemi ha preso ormai nella preparazione dei docenti delle scuole italiane” – in particolare l’istituzione di un corso di matematiche complementari”

“Appagare il bisogno più sentito di dare alla teoria scientifica una base storica”

Questioni, *Prefazione* (2)

“Il docente vorrà ritrovare la stessa comprensione storica della scienza anche nella veduta superiore delle questioni che qui viene offerta”

“Gli articoli di carattere più esclusivamente logico o filosofico – e in particolare i miei propri sui principi della geometria – sono stati rifatti in questo senso”

Questioni, *Prefazione* (3)

“Ogni volta che si cerca di spiegare ai giovani come la scienza universitaria si colleghi alle materie d’insegnamento secondario, ogni volta che si vuole trasformare la dottrina in cultura o in abito e facoltà delle menti, si è sempre condotti a vedere metodi e problemi nella loro evoluzione storica”

Questioni, *Prefazione* (4)

“Non giova dissimularlo: diverse circostanze minacciano oggi di menomare la scienza e la cultura matematica, che è vanto e tradizione dell’Italia, se non forse nell’eletto manipolo degli studiosi dediti alla ricerca originale, almeno nella schiera più numerosa di coloro che hanno l’alto compito di diffonderla nella scuola”

Questioni, *Prefazione* (5)

- “l’abbinamento sistematico delle cattedre di matematiche e di fisica nelle scuole medie – che non si addice a tutte le intelligenze – toglierà a molti il tempo il tempo e l’occasione di approfondire certe dottrine altamente educative”

Articolo primo

- *L'evoluzione delle idee geometriche nel pensiero greco: punto, linea superficie*
(Enriques)