Monsters & Co.

Orazio Puglisi

Dipartimento di Matematica "U. Dini"
Università di Firenze

26/3/09 XIX settimana della cultura scientifica


MONSTERS, INC.
FBITECH

Gruppi

Prendiamo G un insieme con una operazione $*$. Diciamo che G è un GRUPPO se

- per ogni a, b, c elementi di G, si ha $(a * b) * c = a * (b * c)$.
- esiste un elemento u tale che $a * u = u * a = a$ per ogni a in G.
- Per ogni a in G esiste b in G tale che $a * b = b * a = u$.

Gruppi

Prendiamo G un insieme con una operazione $*$. Diciamo che G è un GRUPPO se

- per ogni a, b, c elementi di G, si ha $(a * b) * c = a * (b * c)$.
- esiste un elemento u tale che $a * u = u * a = a$ per ogni a in G.
- Per ogni a in G esiste b in G tale che $a * b = b * a = u$.

Gruppi

Prendiamo G un insieme con una operazione $*$. Diciamo che G è un GRUPPO se

- per ogni a, b, c elementi di G, si ha $(a * b) * c = a * (b * c)$.
- esiste un elemento u tale che $a * u = u * a = a$ per ogni a in G.
- Per ogni a in G esiste b in G tale che $a * b = b * a = u$.

Gruppi

Prendiamo G un insieme con una operazione $*$. Diciamo che G è un GRUPPO se

- per ogni a, b, c elementi di G, si ha $(a * b) * c = a * (b * c)$.
- esiste un elemento u tale che $a * u = u * a = a$ per ogni a in G.
- Per ogni a in G esiste b in G tale che $a * b = b * a = u$.

Due esempi importanti

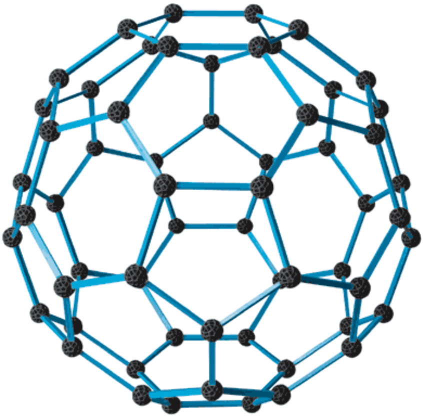
- Simmetrie di oggetti geometrici.
- Permutazioni.

Due esempi importanti

- Simmetrie di oggetti geometrici.
- Permutazioni.

Due esempi importanti

- Simmetrie di oggetti geometrici.
- Permutazioni.



Fullerene

Esempio

5	2	1	3	4
1	2	3	4	5
3	2	1	4	5
4	2	1	3	5
5	2	1	3	4

Esempio

5	2	1	3	4
1	2	3	4	5
3	2	1	4	5
4	2	1	3	5
5	2	1	3	4

Esempio

5	2	1	3	4
1	2	3	4	5
3	2	1	4	5
4	2	1	3	5
5	2	1	3	4

Esempio

5	2	1	3	4
1	2	3	4	5
3	2	1	4	5
4	2	1	3	5
5	2	1	3	4

Esempio

5	2	1	3	4
1	2	3	4	5
3	2	1	4	5
4	2	1	3	5
5	2	1	3	4

L'insieme delle permutazioni pari di n oggetti è un gruppo. Si chiama il gruppo alterno di grado n e si indica con A_n.

Il gioco del 15

S. Loyd (1841-1911)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	15	14	

Ogni gruppo finito si può costruire (in modo unico) a partire da gruppi semplici (Teorema di Jordan-Hölder).

I gruppi semplici si comportano come gli elementi della tavola periodica

Ogni gruppo finito si può costruire (in modo unico) a partire da gruppi semplici (Teorema di Jordan-Hölder).

I gruppi semplici si comportano come gli elementi della tavola periodica

La “tavola periodica”

Ogni gruppo semplice finito appartiene ad una delle seguenti famiglie

- Gruppi ciclici di ordine primo (noti dagli albori della teoria dei gruppi).
- Gruppi alterni (noti dalla fine del 1800).
- Gruppi di tipo Lie (16 tipi)(Chevalley (1955), Steinberg, Suzuki e Ree).
- Gruppi sporadici.

La “tavola periodica”

Ogni gruppo semplice finito appartiene ad una delle seguenti famiglie

- Gruppi ciclici di ordine primo (noti dagli albori della teoria dei gruppi).
- Gruppi alterni (noti dalla fine del 1800).
- Gruppi di tipo Lie (16 tipi)(Chevalley (1955), Steinberg, Suzuki e Ree).
- Gruppi sporadici.

La “tavola periodica”

Ogni gruppo semplice finito appartiene ad una delle seguenti famiglie

- Gruppi ciclici di ordine primo (noti dagli albori della teoria dei gruppi).
- Gruppi alterni (noti dalla fine del 1800).
- Gruppi di tipo Lie (16 tipi)(Chevalley (1955), Steinberg, Suzuki e Ree).
- Gruppi sporadici.

La “tavola periodica”

Ogni gruppo semplice finito appartiene ad una delle seguenti famiglie

- Gruppi ciclici di ordine primo (noti dagli albori della teoria dei gruppi).
- Gruppi alterni (noti dalla fine del 1800).
- Gruppi di tipo Lie (16 tipi)(Chevalley (1955), Steinberg, Suzuki e Ree).
- Gruppi sporadici.

La “tavola periodica”

Ogni gruppo semplice finito appartiene ad una delle seguenti famiglie

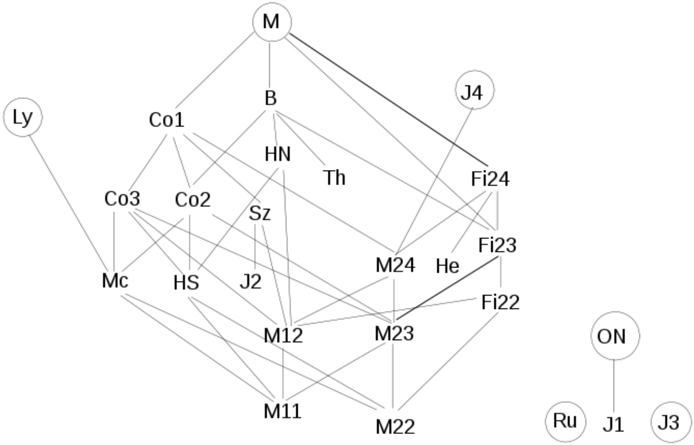
- Gruppi ciclici di ordine primo (noti dagli albori della teoria dei gruppi).
- Gruppi alterni (noti dalla fine del 1800).
- Gruppi di tipo Lie (16 tipi)(Chevalley (1955), Steinberg, Suzuki e Ree).
- Gruppi sporadici.

- La dimostrazione di questo fatto occupa quasi 20000 pagine e vi hanno collaborato matematici da tutto il mondo.
- L'ultimo tassello della classificazione è l'articolo: M. Aschbacher, S. D. Smith (2004) *The classification of quasithin groups. I & II* (circa 1200 pagine)
- Sono in atto due processi di revisione: Gorenstein-Lyons-Solomon e Meierfrankenfeld-Stellmacher-Stroth.

- La dimostrazione di questo fatto occupa quasi 20000 pagine e vi hanno collaborato matematici da tutto il mondo.
- L'ultimo tassello della classificazione è l'articolo: M. Aschbacher, S. D. Smith (2004) *The classification of quasithin groups. I & II* (circa 1200 pagine)
- Sono in atto due processi di revisione: Gorenstein-Lyons-Solomon e Meierfrankenfeld-Stellmacher-Stroth.

- La dimostrazione di questo fatto occupa quasi 20000 pagine e vi hanno collaborato matematici da tutto il mondo.
- L'ultimo tassello della classificazione è l'articolo:
  M. Aschbacher, S. D. Smith (2004) *The classification of quasithin groups. I & II* (circa 1200 pagine)
- Sono in atto due processi di revisione:
  Gorenstein-Lyons-Solomon e
  Meierfrankenfeld-Stellmacher-Stroth.

- gruppi di Mathieu $M_{11}, M_{12}, M_{22}, M_{23}, M_{24}$
- gruppi di Janko J_1, J_2, J_3, J_4
- gruppi di Conway groups Co_1, Co_2, Co_3
- gruppi di Fischer $Fi_{22}, Fi_{23}, Fi_{24}$
- gruppo di Higman-Sims HS
- gruppo di McLaughlin McL
- gruppo di Held He
- gruppo di Rudvalis Ru
- gruppo di Suzuki sporadic Suz
- gruppo di O'Nan $O'N$
- gruppo di Harada-Norton HN
- gruppo di Lyons Ly
- gruppo di Thompson Th
- Baby Monster B
- Mostro di Fischer-Griess M


M
J4
Ly
B
Co1
HN
Th
Fi24
Co3
Co2
Sz
Fi23
M24
He
Mc
HS
J2
Fi22
M12
M23
ON
M11
M22
Ru
J1
J3

Monstrous Moonshine

La funzione $j(\tau) = q^{-1} + 196884q + 21493760q^2 \ldots$ con $q = e^{2\pi i \tau}$

$$196.884 = 1 + 196.883$$

$$21.493.760 = 1 + 196.883 + 21.296.876$$

Monstrous Moonshine

La funzione $j(\tau) = q^{-1} + 196884q + 21493760q^2 \ldots$ con $q = e^{2\pi i\tau}$

$$196.884 = 1 + 196.883$$

$$21.493.760 = 1 + 196.883 + 21.296.876$$

Monstrous Moonshine

La funzione $j(\tau) = q^{-1} + 196884q + 21493760q^2 \ldots$ con $q = e^{2\pi i\tau}$

$$196.884 = 1 + 196.883$$

$$21.493.760 = 1 + 196.883 + 21.296.876$$

Monstrous Moonshine

La funzione $j(\tau) = q^{-1} + 196884q + 21493760q^2 \ldots$ con $q = e^{2\pi i\tau}$

$$196.884 = 1 + 196.883$$

$$21.493.760 = 1 + 196.883 + 21.296.876$$

1. Daniel Gorenstein: L'enorme teorema, *Le Scienze* (1986).
2. Mark Ronan: Il Mostro e la simmetria, *Raffaello Cortina editore* (2007).

Silvia Lucido