Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 09022012

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x - y \\ 5y + 3z \\ 6x + 2y + 3z \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori e gli autovettori di f e discuterne la diagonalizzabilità.
(punti 12)

2. Date le rette $r : \begin{cases} 2x - y - 2z = 0 \\ 3y - z = 0 \end{cases}$, $s_k : \begin{cases} 2x - 2y = z \\ z - k = 0 \end{cases}$, determinare i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali r e s_k sono complanari e determinare, per tali valori, l'equazione del piano che le contiene.
(punti 7)

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \left(|x+1| \sqrt{(2x - |x|)(3|x+1| - 2x)}\right) - 3$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 1.
(punti 11)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 19012012

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definita da $f(X) = \langle X, X_o \rangle A X_o$, essendo $X_o = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori di f e discuterne la diagonalizzabilità.
(punti 11)

2. Determinare il piano contenente la retta $r : \begin{cases} y = 2x \\ x = z \end{cases}$ e parallelo alla retta $s : \begin{cases} x + y = 1 \\ z = x + 2 \end{cases}$.

(punti 8)

3. Sia $f_a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f_a(x) = \begin{cases} -3\ln(1-3x) \text{ per } x < 0 \\ -4a\ln 2 + 3\ln(1+3x) \text{ per } x \geq 0 \end{cases}$; determinare i valori di $a \in \mathbb{R}$ per i quali f_a è continua e derivabile, per tali valori di a determinare gli intervalli di monotonia di f e l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa 2.

(punti 11)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 08092011

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \left[3traccia\begin{pmatrix} x & 0 & 2 \\ 1 & y & 3 \\ 0 & 0 & 2z \end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori di f e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 11)

2. Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare nelle incognite $x, y, z \in \mathbb{R}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$ e determinarne le eventuali soluzioni:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 2k \\ x + 4y + 6kz = -6k \\ 2x - 2y + 3z = 2k \\ x - 2y + 6z = 0 \end{cases}.$$

(punti 9)

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = |6x + 5|\sqrt{1 - 12x - 9x^2} + 5$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario.

(punti 11)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2010/2011 - corso C - Prof.ssa A. Nannicini
compito di esame 05072011

1. Determinare i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali le seguenti rette sono complanari e per tali valori determinare un piano che le contiene:

$$r : \begin{cases} x + 2z = 0 \\ 3x - 2y - 1 = 0 \end{cases}, \; s_k \begin{cases} x - 4y = 1 \\ 2y + z - k = 0 \end{cases}.$$

(punti 7)

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \sqrt{\dfrac{|2x^2+3| - |4x^2-1|}{|2x-1|}}$; dopo aver determinato l'insieme di esistenza, determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo e minimo relativo e gli asintoti di f. Determinare inoltre l'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 1 e discutere l'esistenza di punti di non derivabilità, in caso esistano determinarli.
(punti 12)

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{e^{\sqrt{3}x} - 1}{\left(x\sqrt{3} - e^{\sqrt{3}x} + 1\right)} dx$$

(punti 4)

4. Sia $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; calcolare gli autovalori e gli autovettori di A e discuterne la diagonalizzabiltà.
(punti 7)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2010/2011 - Prof.ssa A. Nannicini
compito di esame 21062011

1. Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare nelle incognite $x, y, z \in \mathbb{R}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$ e determinarne le eventuali soluzioni:

$$\begin{cases} x + y + 2z = k \\ y + 3z = 0 \\ -3x + ky = 30 \\ x - y - 4z = k \end{cases} .$$

(punti 8)

2. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ sono date le rette $r : \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3y + 2z = 0 \end{cases}$, $s : \begin{cases} x + 5y + 2z = 0 \\ x - y - 2z = 0 \end{cases}$; studiare la mutua posizione di r e s e calcolarne la distanza.

(punti 6)

3. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{4x - 3x^2 |x| - 4e^x + 4}{2x \sin x + 7x^2} \right).$$

(punti 6)

4. Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico:

$$f(x) = 3 \arccos \sqrt{\frac{1 - 2x^2}{2x^2 - 3}}.$$

(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. I
per il corso di laurea in Architettura quinquennale
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 19042011
appello riservato a studenti lavoratori e fuori corso

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 6 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$ e sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f(X) = (A^2) X$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza

e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori di f e discuterne la diagonalizzabilità.
(punti 10)

2. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ sono date le rette
$r : \begin{cases} 2x - z = 1 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$, $s_k : \begin{cases} x + 2y = 0 \\ z - 2y = k \end{cases}$; studiare la mutua posizione di r e s_k e calcolarne la distanza al variare di $k \in \mathbb{R}$.
(punti 10)

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \ln \frac{|x| + |x^2 - 3|}{4}$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario.
(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2010/2011 - corso C - Prof.ssa A. Nannicini
compito di esame 22022011

1. Descrivere al variare di $k \in \mathbb{R}$ la mutua posizione delle rette r e s_k di equazioni:
$r : \begin{cases} x + 2z = 0 \\ 3x - 2y - 1 = 0 \end{cases}$, $s_k \begin{cases} x - 4y = 1 \\ 2y + z - k = 0 \end{cases}$ e determinare i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la loro distanza è zero.
(punti $5 + 2 = 7$)

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \sqrt{\frac{|x+3| - |x^2 - 1|}{|x - 1|}}$; dopo aver determinato l'insieme di esistenza, determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo e minimo relativo e gli asintoti di f. Determinare inoltre l'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 0.
(punti $2 + 5 + 2 + 2 = 11$)

3. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{3(\sin x)^2 + x^3 - 2x^2(\cos x)}{x\left(x\sqrt{3} - e^{\sqrt{3}x} + 1\right)}$$

(punti 5)

4. Sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; calcolare gli autovalori e gli autovettori di ${}^tAA$ e discuterne la diagonalizzabiltà.

(punti 7)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2010/2011 - Prof.ssa A. Nannicini
compito di esame 01022011

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2y-2z \\ 3x-y+2z \\ 4x+y \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori di f e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 11)

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare autovalori e autovettori di A^2 e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 10)

3. Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare nelle incognite $x, y, z \in \mathbb{R}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$ e determinarne le eventuali soluzioni:

$$\begin{cases} 2x+y-3z = 2k \\ x+y+2z = 0 \\ x+2ky = -9 \\ x-z = k \end{cases}.$$

(punti 9)

4. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \ln \dfrac{\sqrt{5x^2+2x-1}}{2-\sin x}$; determinare l'insieme di esistenza di f e calcolarne la derivata prima, specificando dove esiste.

(punti 7)

5. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da: $f(x)=|x|\sqrt{3x^2-2|x|}$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario.

(punti 11)

6. Calcolare $\int\left(\sqrt[3]{x^2}-x\ln 3x\right)dx$.

(punti 6)

7. Calcolare: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\sin(4x)\ln(1-3x)}{(2^x-1)(1-\cos(2x))}$.

(punti 6)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2010/2011 - corso C - Prof.ssa A. Nannicini
prima prova scritta intermedia 29112010

1. Sia $f\in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x-y-2z\\x-y+z\\2x-6z\end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori di f e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 10)

2. Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare nelle incognite $x,y,z\in\mathbb{R}$ al variare di $a\in\mathbb{R}$ e determinarne le eventuali soluzioni:

$$\begin{cases}x-2y-z-3a=0\\4y+3z=0\\x+ay+5=0\\x+2y+2z-3a=0\end{cases}.$$

(punti 10)

3. Data la famiglia di coniche di equazione $(2a-1)x^2+3y^2-4x+2ay=1$ determinare i valori di $a\in\mathbb{R}$ per i quali l'equazione rappresenta un'iperbole e ridurla in forma canonica, determinarne inoltre il centro di simmetria e gli asintoti.

(punti 10)

4. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ sono date le rette

$r : \begin{cases} x - y = -1 \\ 3y - 2z = 0 \end{cases}$, $s : \begin{cases} x - 6y + 2z = 0 \\ x - z = 1 \end{cases}$; studiare la mutua posizione di r e s.

(punti 3)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 14092010

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \left[2 \det \begin{pmatrix} 1 & x & 2 \\ 1 & y & 3 \\ 1 & z & 4 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori di f e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 11)

2. Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare nelle incognite $x, y, z \in \mathbb{R}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$ e determinarne le eventuali soluzioni:

$$\begin{cases} x - y + z = k \\ -x + 2y - kz = 3k \\ 2x + y - z = k \\ x + y - 2z = 0 \end{cases} .$$

(punti 9)

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = 2 - 3\,|2x + 5|\,\sqrt{1 - 4x - x^2}$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario.

(punti 11)

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I
PER IL CORSO DI LAUREA IN ARCHITETTURA QUINQUENNALE
Prof.ssa A. NANNICINI - Compito di esame 14062010

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6x+3z \\ 2x-6y+z \\ -2x+y-z \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori di f e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 10)

2. Sia

$$f_a(x) = \begin{cases} \dfrac{2+5x}{|x|+3} + a & \text{se} \quad x < 0 \\ \sqrt{\dfrac{x+4}{|-3x|+9}} & \text{se} \quad x \geq 0 \end{cases};$$

con $a \in \mathbb{R}$; discutere la continuità e la derivabilità di f_a al variare di a, infine studiare f_a per $a = 0$ e tracciarne il grafico.

(punti 14)

3. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ sono date le rette

$r_a : \begin{cases} y = x + a \\ z = -2x + 3 \end{cases}$, $s : \begin{cases} x = z + 1 \\ y = -z + 3x \end{cases}$; determinarne la mutua posizione al variare di $a \in \mathbb{R}$.

(punti 6)

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I

PER IL CORSO DI LAUREA IN ARCHITETTURA QUINQUENNALE

Prof.ssa A. NANNICINI - Compito di esame 08042010

Appello riservato a studenti lavoratori e fuori corso

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; calcolare gli autovalori e gli autovettori di $A({}^tA)$ e discuterne la diagonalizzabiltà.

(punti 9)

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = 4|x| - \sqrt{\dfrac{(1-3x)(3-2x)}{4|x|^2 - 1}}$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario.

(punti 11)

3. Calcolare

$$\lim_{x\to 0}\frac{(\tan x)^3+4x^3}{\sin x\,(\cos x-1)}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\cos x-5}{-\sin x+5x+1}dx.$$

(punti $5+5$)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 09022010

1. Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare nelle incognite $x, y, z \in \mathbb{R}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$ e determinarne le eventuali soluzioni:

$$\begin{cases} x+y+z=3k \\ 4y+6x=0 \\ 2z-ky=-10 \\ 2x+y+z=-3k \end{cases}.$$

(punti 8)

2. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ sono date le rette
$r: \begin{cases} x+y=\frac{1}{2} \\ y-z=0 \end{cases}$, $s: \begin{cases} 2x+5y-3z=0 \\ 2x-y+3z=0 \end{cases}$; studiare la mutua posizione di r e s e calcolarne la distanza.

(punti $2+4=6$)

3. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da: $f(x)=5-|5x|\sqrt{25-3x^2}$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario.

(punti 10)

4. Calcolare $\int(\sin 8x+2\ln 3x)\,dx$.

(punti 6)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 10112009

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f(X) = (tr(X(^tX_o)))X_o$, essendo $X_o = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori di f e discuterne la diagonalizzabilità.
(punti 11)

2. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ sono date le rette
$r : \begin{cases} y = z \\ x = z + 2 \end{cases}$, $s_a : \begin{cases} z = 2x \\ y = -2x + a \end{cases}$; determinare la mutua posizione e la distanza delle due rette al variare di $a \in \mathbb{R}$.
(punti 8)

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \ln \sqrt{\dfrac{-(1 - |x|)}{|x| - 2}}$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario.
(punti 11)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 15092009

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f(X) = 2 < X, X_o > X_o$, essendo $X_o = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori di f e discuterne la diagonalizzabilità.
(punti 11)

2. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ sono date le rette

$r_k : \begin{cases} y = 2z \\ x = 2z + k \end{cases}$, $s : \begin{cases} z = x \\ y = -x \end{cases}$; determinare la mutua posizione e la distanza delle due rette al variare di $k \in \mathbb{R}$.
(punti 8)

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = -|2x| \sqrt{-(2-|x|)(3|x|-2)}$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario.
(punti 11)

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I
PER IL CORSO DI LAUREA IN ARCHITETTURA QUINQUENNALE
Prof.ssa A. NANNICINI - Compito di esame 300609

1. Sia $a \in \mathbb{R}$ e sia $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; calcolare gli autovalori e gli autovettori di $A(a)$ al variare di a e discuterne la diagonalizzabiltà.
(punti 9)

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = 2 - \sqrt{\dfrac{(1-|2x|)(3-2x)}{4x^2-1}}$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario.
(punti 11)

3. Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{3(\sin x)^3 + 2x^3}{2x(-\cos 2x + 1)}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2\sin x - 6}{\cos x + 3x} dx.$$

(punti 5 + 5)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2008/2009 - Prof.ssa A. Nannicini
compito di esame 09062009

1. Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare nelle incognite $x, y, z \in \mathbb{R}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$ e determinarne le eventuali soluzioni:

$$\begin{cases} 2x - 2y + z = 6k \\ 4y - 3z = 0 \\ 2x + ky = -10 \\ 2x + 2y - 2z = 6k \end{cases}.$$

(punti 8)

2. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ sono date le rette
$r : \begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ 3y + 3z = 0 \end{cases}$, $s : \begin{cases} 2x + 5y + 3z = 0 \\ 2x - y - 3z = 0 \end{cases}$; studiare la mutua posizione di r e s e calcolarne la distanza.

(punti $2 + 4 = 6$)

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = 5 - |5x| \sqrt{9 - 3x^2}$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario.

(punti 10)

4. Calcolare $\int (\cos 8x - 3 \ln 2x)\, dx$.

(punti 6)

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I

PER IL CORSO DI LAUREA IN ARCHITETTURA QUINQUENNALE

Prof.ssa A. NANNICINI - Compito di esame 10022009

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 2y - z \\ 2x - 3y + z \\ 6x - 10y \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori di f e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 10)

2. Sia

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|-2x|}{3x - 1} - \dfrac{3}{4} & \text{se} \quad x < -1 \\ \dfrac{2x - 1}{|3x| + 1} - \dfrac{1}{2} & \text{se} \quad x \geq -1 \end{cases};$$

studiare f e tracciarne il grafico.
(punti 11)

3. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ sono date le rette
$r : \begin{cases} 3y = 2z + 2 \\ x = 2z - 3 \end{cases}$, $s : \begin{cases} 2z = -2x + 1 \\ 3y = x \end{cases}$; determinarne la mutua posizione.
(punti 5)

4. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{e^{2x} - 3}{e^x} dx.$$

(punti 4)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2008/2009 - corso B - Prof.ssa A. Nannicini
seconda prova scritta intermedia 20012009

1. Data la famiglia di coniche di equazione $x^2 + (1 - a)y^2 + 2x + 6ay = 1$ determinare i valori di $a \in \mathbb{R}$ per i quali l'equazione rappresenta un'ellisse e ridurla in forma canonica.
(punti $2 + 5 = 7$)

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \sqrt{\ln \frac{x^2 - 1}{|x + 3|}}$; determinare l'insieme di esistenza di f.
(punti 7)

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x - 3}}$; dopo aver determinato l'insieme di esistenza, determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo e minimo relativo e gli asintoti di f. Determinare inoltre l'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 4.
(punti $1 + 5 + 3 + 2 = 12$)

4. Calcolare il seguente limite e verificarlo usando la definizione: $\lim_{x\to 1}\left(\frac{2x^2-3x}{\sqrt{2}}\right)$.
(punti $1+6=7$)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2008/2009 - Prof.ssa A. Nannicini
compito di esame 27012009

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x+y-2z \\ x-2y+z \\ 3x-z \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori di f e discuterne la diagonalizzabilità.
(punti 11)

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(2)$; discutere l'esistenza di una matrice simmetrica $B \in \mathbb{R}(2)$ tale che $B^2 = A$, in caso esista determinarla e determinarne gli autovalori.
(punti 10)

3. Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare nelle incognite $x, y, z \in \mathbb{R}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$ e determinarne le eventuali soluzioni:

$$\begin{cases} 2x-y-z=12k \\ 2y+3z=0 \\ x+ky=-5 \\ 2x+y+2z=12k \end{cases}.$$

(punti 9)

4. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ sono date le rette
$r: \begin{cases} 2x-2y=1 \\ 3y-z=0 \end{cases}$, $s: \begin{cases} 2x-5y+z=0 \\ 2x+y-z=0 \end{cases}$; studiare la mutua posizione di r e s e calcolarne la distanza.

(punti $3+4=7$)

5. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da: $f(x)=2\sqrt{2}x\sqrt{16-2x^2}$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario.

(punti 11)

6. Calcolare $\int(\tan 3x+\ln 2x)\,dx$.

(punti 6)

7. Calcolare: $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x\sin\left(\frac{1}{2x}\right)}{\cos\left(\frac{2}{3x}\right)}-\frac{e^{2x}-2x}{e^{2x}-2x^3}\right)$.

(punti 6)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2008/2009 - corso B - Prof.ssa A. Nannicini
seconda prova scritta intermedia 20012009

1. Data la famiglia di coniche di equazione $x^2+(1-a)y^2+2x+6ay=1$ determinare i valori di $a\in\mathbb{R}$ per i quali l'equazione rappresenta un'ellisse e ridurla in forma canonica.

(punti $2+5=7$)

2. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da: $f(x)=\sqrt{\ln\frac{x^2-1}{|x+3|}}$; determinare l'insieme di esistenza di f.

(punti 7)

3. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da: $f(x)=\sqrt{\frac{x^3}{x-3}}$; dopo aver determinato l'insieme di esistenza, determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo e minimo relativo e gli asintoti di f. Determinare inoltre l'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 4.

(punti $1+5+3+2=12$)

4. Calcolare il seguente limite e verificarlo usando la definizione: $\displaystyle\lim_{x\to1}\left(\frac{2x^2-3x}{\sqrt{2}}\right)$.

(punti $1+6=7$)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2008/2009 - corso B - Prof.ssa A. Nannicini
seconda prova scritta intermedia 20012009

1. Data la famiglia di coniche di equazione $(a-2)x^2 + y^2 + 4ax + 8y = 1$ determinare i valori di $a \in \mathbb{R}$ per i quali l'equazione rappresenta un'iperbole e ridurla in forma canonica.
(punti $2 + 5 = 7$)

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \ln\left(\sqrt{\dfrac{x\,|x-2|}{x^3-8}}\right) + \sqrt{e^{x^2-2x}-1}$;
determinare l'insieme di esistenza di f.
(punti 7)

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \dfrac{x^2 - 2\,|x| + 3}{x+5} - |2x+1|$; dopo aver determinato l'insieme di esistenza, determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo e minimo relativo e gli asintoti di f. Determinare inoltre l'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 1.
(punti $1 + 5 + 3 + 2 = 12$)

4. Calcolare il seguente limite e verificarlo usando la definizione: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x}{x^2-1}\right)$.
(punti $1 + 6 = 7$)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2008/2009 - corso B - Prof.ssa A. Nannicini
seconda prova scritta intermedia 20012009

1. Descrivere al variare di $k \in \mathbb{R}$ la mutua posizione delle rette r e s_k di equazioni: $r : \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 3y - z - 1 = 0 \end{cases}$, $s_k \begin{cases} y - 2z = 1 \\ x + z - k = 0 \end{cases}$ e determinare i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la loro distanza è zero.

(punti $5 + 2 = 7$)

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \arccos \dfrac{|x-1|\,(-3+x)}{|x|}$; determinare l'insieme di esistenza di f.
(punti 7)

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \dfrac{|x+3| - |x^2-1|}{|x-4|}$; dopo aver determinato l'insieme di esistenza, determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo e minimo relativo e gli asintoti di f. Determinare inoltre l'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 8.
(punti $1 + 5 + 3 + 2 = 12$)

4. Calcolare il seguente limite e verificarlo usando la definizione:

$$\lim_{x \to (-2)^-} \left(\frac{1}{3\sqrt{x^2-4}} \right).$$

(punti $1 + 6 = 7$)

Corso di Istituzioni di Mat. I
per il corso di laurea in Architettura
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 17092008

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x - y + 3z \\ 4x + 6z \\ 5y \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\mathrm{Im}\, f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori di f e discuterne la diagonalizzabilità. (punti 10)

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \sqrt{\dfrac{-4x+5}{3-x}}$; studiare f e tracciarne un grafico sommario. (punti 12)

3. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ di origine O sono date le rette

$r : \begin{cases} x = z + 1 \\ y + z = 0 \end{cases}$, $s : \begin{cases} 2x - 2z = 3 \\ y + 3z = 1 \end{cases}$; verificare che r e s sono sghembe e determinare l'equazione della retta t incidente r e s e passante per il punto $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. I per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2007/2008 - Prof.ssa A. Nannicini
compito di esame 01072008

1. Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare nelle incognite $x, y, z \in \mathbb{R}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$ e determinarne le eventuali soluzioni:

$$\begin{cases} x - y - z = k - 4 \\ 2y + 3z = 2k - 8 \\ 3x + ky = 5 \end{cases} .$$

(punti 9)

2. Sia $a \in \mathbb{R}$ e sia $A(a) = \begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; calcolare gli autovalori e gli autovettori di $A(a)$ al variare di a e discuterne la diagonalizzabiltà.
(punti 9)

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \sqrt{\dfrac{(2 - |x|)(3 - x)}{x^2 - 1}}$; studiare la funzione e tracciarne un grafico sommario.
(punti 12)

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I
PER IL CORSO DI LAUREA IN ARCHITETTURA QUINQUENNALE
Prof.ssa A. NANNICINI - Compito di esame 16062008

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3y-2z \\ y+2z-x \\ 8y-2x \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine gli autovalori e gli autovettori di f e discuterne la diagonalizzabilità.
(punti 10)

2. Sia

$$f(x) = \begin{cases} \ln \dfrac{-2+3x}{x-1} & x<0 \\ \sqrt{\dfrac{3x+\ln 4}{x+1}} & x \geq 0 \end{cases};$$

studiare f e traciarne il grafico.
(punti 10)

3. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ sono date le rette
$r: \begin{cases} 2y = z-1 \\ x = z+2y \end{cases}$, $s: \begin{cases} y = 3z-3 \\ 2z = x-5 \end{cases}$; determinarne la mutua posizione e la distanza.
(punti 5)

4. Calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{(2\cos x)^2 + 3x^2 - 4}{2\sin 2x + 5x^2}.$$

(punti 5)