Corso di Istituzioni di Mat. II per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2011/2012 - Prof.ssa A. Nannicini
compito di esame 09022012

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli autovalori di A e una base di $\mathbb{R}^3$, ortonormale rispetto al prodotto scalare standard, costituita da autovettori di A. Calcolare inoltre gli indici di positività, negatività e nullità di A.
(punti 10)

2. Risolvere la seguente equazione differenziale con le condizioni iniziali indicate:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 5y & = & x \\ y(0) & = & 0 \\ y'(0) & = & 1 \end{cases}.$$

(punti 10)

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2\left(\sqrt{\ln \frac{1-y^2-2x}{y-y^2-3x}}\right) - e^{x+y}$; determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza di f, calcolare inoltre il gradiente di f, dove esso è definito.
(punti 10)

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
per il corso di laurea in architettura quinquennale a.a. 2011/2012
Prof.ssa A. NANNICINI - 3^a prova scritta intermedia 16012012

Rispondere ad almeno tre domande se la media degli scritti è fra 18 e 23; rispondere ad almeno due domande se la media degli scritti è fra 24 e 28; rispondere ad almeno una domanda se la media degli scritti è fra 29 e 30L.

1. Introdurre l'insieme dei numeri complessi, descrivere la rappresentazione trigonometrica di un numero complesso e la formula di De Moivre. Enunciare il teorema fondamentale dell'algebra.

2. Definire il concetto di integrale doppio. Descrivere le applicazioni al calcolo di aree e di volumi. Enunciare e dare un cenno della dimostrazione del Teorema di Guldino per il calcolo del volume di un solido di rotazione.

3. Definire il concetto di integrale curvilineo e spiegarne il significato geometrico.

4. Equazioni differenziali ordinarie del primo ordine: scrivere la soluzione generale delle equazioni lineari del primo ordine e descriverne alcuni esempi.

Corso di Istituzioni di Matematiche II
per il corso di laurea in architettura quinquennale
Prof.ssa A. Nannicini - 2^a prova scritta intermedia 11012012

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \sqrt{\ln(2xy-1)} + \sqrt{4-x^2-y^2}$; determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza di f e calcolarne l'area.
(punti 8)

2. Calcolare il volume del solido generato da una rotazione completa intorno all'asse x del grafico della funzione $y = \dfrac{e^x(1+e^x+e^{2x})+1}{2}$ con $x \in]0, \ln 10[$.
(punti 8)

3. Determinare i valori di $a, b \in \mathbb{R}$ in modo tale che la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x^3 + 2y^2 + 4xy + 4ay - 2bx + 2$ abbia $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ come punto critico; per tali valori dei parametri determinare e classificare tutti i punti critici di f.
(punti 8)

4. Determinare il baricentro dell'insieme:

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, \begin{cases} x \geq -y \\ \dfrac{y^2}{4} + x^2 \leq 1 \end{cases} \right\}.$$

(punti 8)

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
per il corso di laurea in architettura quinquennale a.a. 2011/2012
(Corso C - Prof.ssa A. NANNICINI)
1^a prova scritta intermedia 16112011

1. Siano $u = -3i$, $v = 2 - 2i \in \mathbb{C}$ e sia $w = uv$; scrivere la forma trigonometrica di w, risolvere inoltre la seguente equazione: $z^3 = \dfrac{1}{36} w^2$ e rappresentarne graficamente le soluzioni.
(punti 8)

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$ e sia g_A il prodotto scalare su $\in \mathbb{R}^3$ definito da: $g_A(X,Y) = {}^t XAY$; studiare la degenericità di g_A, descriverne il cono luce, dato $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ descrivere $X^{\perp}$, scrivere infine la proiezione ortogonale di X su $e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(punti 8)

3. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; scrivere la forma quadratica su $\mathbb{R}^3$ associata ad A e determinarne il massimo e il minimo assoluto sull'insieme $S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \,|x^2 + y^2 + z^2 = 1 \right\}$.
(punti 8)

4. Nel piano proiettivo $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ determinare le equazioni omogenee delle rette r e s passanti per i punti, in coordinate omogenee, $P_1(2,1,1)$ e $P_2(0,0,1)$, rispettivamente $Q_1(2,1,0)$ e $Q_2(1,0,1)$ e determinarne le intersezioni.

(punti 8)
(punti 10)

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
per il corso di laurea in architettura quinquennale a.a. 2009/2010
(Corso C - Prof.ssa A. NANNICINI)
3^a prova scritta intermedia 25012010

Rispondere ad almeno tre domande se la media degli scritti è fra 18 e 23; rispondere ad almeno due domande se la media degli scritti è fra 24 e 28; rispondere ad almeno una domanda se la media degli scritti è fra 29 e 30L.

1. Scrivere la definizione di autovalore e di autovettore. Definire il concetto di matrice diagonalizzabile e dare criteri sufficienti per la diagonalizzabilità di endomorfismi e matrici. Enunciare il teorema spettrale reale e complesso e dare un cenno di dimostrazione.

2. Definire il concetto di punto critico, di punto di massimo e di punto di minimo relativo per una funzione reale di due variabili reali. Dare la classificazione dei punti critici ed enunciare condizioni necessarie e condizioni sufficienti per determinare i massimi e i minimi relativi.

3. Definire il concetto di integrale doppio. Descrivere le applicazioni al calcolo di aree e di volumi. Enunciare e dare un cenno della dimostrazione del Teorema di Guldino per il calcolo del volume di un solido di rotazione.

4. Equazioni differenziali ordinarie: scrivere le soluzioni delle equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti.

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
per il corso di laurea in architettura quinquennale a.a. 2009/2010
(Corso C - Prof.ssa A. NANNICINI)
3^a prova scritta intermedia 25012010

Rispondere ad almeno tre domande se la media degli scritti è fra 18 e 23; rispondere ad almeno due domande se la media degli scritti è fra 24 e 28; rispondere ad almeno una domanda se la media degli scritti è fra 29 e 30L.

1. Enunciare il teorema di Sylvester e definire il concetto di indice di positività, negatività e nullità di una forma quadratica. Scrivere la definizione di matrice definita positiva e definita negativa, enunciare criteri per stabilre se una matrice è definita ed illustrare con qualche esempio.

2. Definire il concetto di derivata direzionale, derivata parziale e di differenziale di una funzione reale di due variabili reali. Enunciare una condizione sufficiente per la differenziabilità.

3. Definire il concetto di curva parametrizzata semplice e regolare nello spazio. Definire la lunghezza di una curva, il triedro mobile e scrivere le formule di Frénet Serret.

4. Equazioni differenziali ordinarie: scrivere la formula per la risoluzione delle equazioni lineari del primo ordine.

Corso di Istituzioni di Mat. II
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 08092011

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli indici di positività, negatività e nullità di A. Sia inoltre g_A il prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$ definito da $g_A(X,Y) = ({}^tX)AY$; determinare una base di $\mathbb{R}^3$ g_A-ortogonale; discutere l'esistenza di una base di $\mathbb{R}^3$ g_A-ortonormale e, in caso esista, determinarla. (punti 10)

2. Risolvere la seguente equazione differenziale con le condizioni a fianco indicate:

$$\begin{aligned} y'' + 3y' - y &= 2\sin x + \cos x \\ y'(0) &= 1 \\ y(0) &= 1. \end{aligned}$$

(punti 10)

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \left(2\ln\sqrt{\dfrac{24-3x^2-3y^2}{2xy}}\right) + 2e^{2xy}$; determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza di f, calcolare inoltre le derivate parziali prime di f nei punti $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. II
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 05072011

1. Risolvere la seguente equazione nell'incognita $z \in \mathbb{C}$ e rappresentarne graficamente le soluzioni:

$$(2z^4 + \sqrt{3}i)(3z^3 - 3i) = 0.$$

(punti 10)

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3x^2 - 8xy - y^2 + 7$; determinare e classificare i punti critici di f; determinare inoltre i massimi e i minimi relativi e assoluti di f nell'insieme $\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 = 1 \right\}$.

(punti 10)

3. Rappresentare graficamente il seguente insieme:

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \begin{cases} 1 \leq 4x^2 + 36y^2 \leq 9 \\ 2x + 3y \geq 0 \\ 6xy \geq 0 \end{cases} \right\}$$

e calcolare $\displaystyle\iint_{\mathcal{A}} (4x + 9y)\,dxdy$.

(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. II per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2010/2011 - Prof.ssa A. Nannicini
compito di esame 21062011

1. Sia $A(z) = \begin{pmatrix} 3 & 1+3z^3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}(2)$; determinare i valori di $z \in \mathbb{C}$ per i quali $A(z)$ è hermitiana e per tali valori determinare gli autovalori di A.
(punti 7)

2. Calcolare:

$$\int_2^5 \left(2xe^{x^2} + \frac{1}{(2x-3)(3x+2)} \right) dx$$

(punti 7)

3. Determinare i valori di $a, b \in \mathbb{R}$ in modo tale che la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2x^2 + y^3 + 4xy + 4bx - 2ay + 7$ abbia $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ come punto critico; per tali valori dei parametri determinare e classificare tutti i punti critici di f.
(punti 8)

4. Risolvere la seguente equazione differenziale con le condizioni indicate:

$$\begin{aligned} y'' - 6y' + 7y &= \cos x + 2\sin x \\ y(0) &= 1 \\ y'(0) &= 0. \end{aligned}$$

(punti 8)

Corso di Istituzioni di Mat. II
per il corso di laurea in Architettura quinquennale
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 19042011
appello riservato a studenti lavoratori e fuori corso

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 3 & 8 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli indici di positività, negatività e nullità di A. Sia inoltre g_A il prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$ definito da $g_A(X,Y) = ({}^tX)AY$; determinare una base di $\mathbb{R}^3$ g_A-ortogonale.
(punti 10)

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{(x^2+3)(-7y^2+2)}{\sqrt{2y-x^2-y^2}}}$ determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza, $\mathcal{A}$, di f, calcolarne inoltre il baricentro.
(punti 10)

3. Rappresentare graficamente il seguente insieme:

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \left(2\sqrt{4-x^2} + 3\sqrt{9-y^2}\right) \geq 0 \right\}$$

e calcolare $\iint_{\mathcal{A}} (2x+3y)dxdy$.
(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. II
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 22022011

1. Risolvere la seguente equazione nell'incognita $z \in \mathbb{C}$ e rappresentarne graficamente le soluzioni:

$$(z^4 - \sqrt{3}i)(z^3 + 2i) = 0.$$

(punti 10)

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2x^2 - 6xy + y^2$; determinare e classificare i punti critici di f; determinare inoltre i massimi e i minimi relativi e assoluti di f nell'insieme $\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \right\}$.
(punti 10)

3. Rappresentare graficamente il seguente insieme:

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \begin{cases} 1 \leq x^2 + 4y^2 \leq 9 \\ x + y \geq 0 \\ xy \geq 0 \end{cases} \right\}$$

e calcolare $\displaystyle\iint_{\mathcal{A}} (2x + 3y) dxdy$.
(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. II
PER IL CORSO DI LAUREA IN ARCHITETTURA QUINQUENNALE
Prof.ssa A. NANNICINI - compito di esame 01022011

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da:

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \ln \left(\frac{xy}{x^2 - 2y^2} \right);$$

determinare l'insieme di esistenza di f e rappresentarlo graficamente;
discutere l'esistenza del seguente limite:

$$\lim_{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}} f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix};$$

calcolare inoltre il gradiente di f nel punto $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.
(punti 12)

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli indici di positività, negatività e nullità di A. Sia inoltre g_A il prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$ definito da $g_A(X, Y) = ({}^tX)AY$; determinare una base di $\mathbb{R}^3$ g_A-ortogonale.
(punti 8)

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x \cos y + y \sin x + 2xy$; calcolare

$$\int \int_R f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} dxdy$$

essendo R il rettangolo che ha 3 vertici nei punti $\begin{pmatrix} 0 \\ 2\pi \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \frac{\pi}{2} \\ 2\pi \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 4\pi \end{pmatrix}$.

(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. II
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 14092010

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ -1 & 8 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli indici di positività, negatività e nullità di A. Sia inoltre g_A il prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$ definito da $g_A(X,Y) = ({}^tX)AY$; determinare una base di $\mathbb{R}^3$ g_A-ortogonale; discutere l'esistenza di una base di $\mathbb{R}^3$ g_A-ortonormale e, in caso esista, determinarla.

(punti 10)

2. Classificare la seguente quadrica:

$$5x^2 + 8y^2 + z^2 - 2xy + 2xz - 4yz = 1.$$

(punti 4)

3. Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' + 4y' - 21y = \sin x.$$

(punti 6)

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\left(\ln\sqrt{\frac{12-3x^2-2y^2}{|y^2-2x^2|}}\right) + 2xy$; determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza di f, calcolare inoltre le derivate parziali prime di f nei punti $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. II
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 14062010

1. Risolvere l'equazione:
$$81z^4 + 1 = 0$$
nell'incognita $z \in \mathbb{C}$ e scomporre in fattori reali il binomio
$$81x^4 + 1$$
con $x \in \mathbb{R}$.

(punti 10)

2. Classificare la seguente quadrica:
$$2x^2 - y^2 - 6xy - z^2 + 6y - 2yz - 1 = 0.$$
(punti 6)

3. Calcolare il seguente integrale indefinito:
$$\int \frac{3x}{x^4 - 16} dx.$$
(punti 6)

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \sqrt{\dfrac{2xy - 2}{y + 2x}}$ determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza di f, calcolare inoltre le derivate parziali prime e seconde di f nel punto $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Corso di Istituzioni di Mat. II per il corso di laurea in Architettura quinquennale
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 08042010
appello riservato a studenti lavoratori e fuori corso

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & -3 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli indici di positività, negatività e nullità di A. Sia inoltre g_A il prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$ definito da $g_A(X, Y) = ({}^tX)AY$; determinare una base di $\mathbb{R}^3$ g_A-ortogonale.

(punti 10)

2. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \sqrt{\dfrac{(y^2+3)(-7x^2+2)}{\sqrt{2x-x^2-y^2}}}$ determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza, $\mathcal{A}$, di f, calcolarne inoltre il baricentro.
(punti 10)

6. Rappresentare graficamente il seguente insieme:

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \begin{cases} 4 \leq x^2+y^2 \leq 16 \\ |y| \leq x \\ x \geq 0 \end{cases} \right\}$$

e calcolare $\displaystyle\iint_{\mathcal{A}} (x+2y)dxdy$.
(punti 10)

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
PER IL CORSO DI LAUREA IN ARCHITETTURA
Prof.ssa A. NANNICINI - Compito di esame 09022010

1. Sia $A(z) = \begin{pmatrix} 2 & 3-2z \\ 3+2z & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}(2)$; determinare i valori di $z\in\mathbb{C}$ per i quali $A(z)$ è hermitiana e per tali valori deteminare gli autovalori di A.
(punti 4)

2. Determinare i valori di $a,b\in\mathbb{R}$ in modo tale che la funzione $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x^3+2y^2+4xy+6ax-2by$ abbia $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ come punto critico; per tali valori dei parametri determinare e classificare tutti i punti critici di f.
(punti 8)

3. Rappresentare graficamente il seguente insieme e calcolarne il baricentro:

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \begin{cases} x \geq y \\ y \leq 0 \\ \dfrac{x^2}{4}+2y^2 \leq 1 \end{cases} \right\}.$$

(punti 12)

4. Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' - 5y' + 4y = 2x^2 + x.$$

(punti 6)

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
per il corso di laurea in architettura quinquennale a.a. 2009/2010
(Corso C - Prof.ssa A. NANNICINI)
1^a prova scritta intermedia 26112009

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 1-2i & 0 \\ 1+2i & 4 & 15 \\ 0 & \lambda^4 - 1 & 8 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}(3)$; determinare e rappresentare graficamente i valori di $\lambda \in \mathbb{C}$ per i quali A è hermitiana.
(punti 9)

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli indici di positività, negatività e nullità di A. Provare che A^2 è definita positiva e, posto g_{A^2} il prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$ definito da $g_{A^2}(X,Y) = ({}^tX)A^2Y$, determinare una base di $\mathbb{R}^3$ $g_{A^2}-$ortonormale.
(punti 10)

3. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \in \mathbb{R}(3)$ e sia $Q = \{X \in \mathbb{R}^3 \mid {}^tXAX = 1\}$; classificare Q.

Corso di Istituzioni di Mat. II
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 15092009

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli indici di positività, negatività e nullità di A. Sia inoltre g_A il prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$ definito da $g_A(X,Y) = ({}^tX)AY$; determinare una base di $\mathbb{R}^3$ g_A-ortogonale; discutere

l'esistenza di una base di $\mathbb{R}^3$ g_A-ortogonormale e, in caso esista, determinarla.
(punti 10)

2. Classificare la seguente quadrica:

$$2x^2 - y^2 + z^2 - 6y + 4x - 1 = 0.$$

(punti 4)

3. Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' - 3y' - 4y = \cosh x.$$

(punti 6)

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \ln\left(\sqrt{\dfrac{12 - 2x^2 - 3y^2}{|2y^2 - x^2|}}\right)$ determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza di f, calcolare inoltre il gradiente di f nei punti $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
(punti 10)

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
PER IL CORSO DI LAUREA IN ARCHITETTURA
Prof.ssa A. NANNICINI - Compito di esame 09062009

1. Sia $A(z) = \begin{pmatrix} iz & 1 - 3z \\ 1 + 3z & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}(2)$; determinare i valori di $z \in \mathbb{C}$ per i quali $A(z)$ è hermitiana e per tali valori deteminare gli autovalori di A.
(punti 6)

2. Determinare i valori di $a, b \in \mathbb{R}$ in modo tale che la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 8x^3 + y^2 + 4xy + 8ax - 2by + 5$ abbia $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ come punto critico; per tali valori dei parametri determinare e classificare tutti i punti critici di f.
(punti 8)

3. Scrivere le equazioni parametriche della superficie ottenuta dalla rotazione della curva $\begin{cases} y = 2\cos x + 2 \\ 0 < x < \pi \end{cases}$ intorno all'asse delle x e calcolare il volume del solido da essa racchiuso.
(punti 8)

4. Risolvere la seguente equazione differenziale con le condizioni indicate:

$$\begin{aligned} y'' - 5y' &= x^2 - x \\ y(0) &= 0 \\ y'(0) &= 0. \end{aligned}$$

(punti 8)

Corso di Istituzioni di Mat. II
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 10022009

1. Risolvere l'equazione:

$$\left(z^4 + 81i\right)(z - 2i) = 0$$

nell'incognita $z \in \mathbb{C}$ e rappresentarne graficamente le soluzioni.

(punti 8)

2. Classificare la seguente quadrica:

$$2x^2 + 2y^2 - 4xz - z^2 - 6z + 2yx - 1 = 0.$$

(punti 6)

3. Calcolare l'area del seguente insieme:

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \begin{cases} x \geq y \\ \dfrac{x^2}{4} + y^2 \leq 1 \end{cases} \right\}.$$

(punti 6)

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \ln\left(\sqrt{\dfrac{5-3x^2-y^2}{|3y^2-2x^2|}}+2\right)$ determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza di f, calcolare inoltre le derivate parziali prime e seconde di f nel punto $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. II per il corso di laurea in Architettura quinquennale
a.a. 2008/2009 - Prof.ssa A. Nannicini
compito di esame 27012009

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & -5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli indici di positività, negatività e nullità di A. Sia inoltre g_A il prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$ definito da $g_A(X,Y) = ({}^tX)AY$; determinare una base di $\mathbb{R}^3$ g_A−ortogonale.
(punti 8)

2. Classificare la seguente quadrica:

$$x^2 + 2y^2 - 6xy - 3z^2 - 2z + 4x - 1 = 0.$$

(punti 6)

3. Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' - 5y' + 4y = 3x^2 - 2x.$$

(punti 6)

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \ln \dfrac{x-y+1}{-x^2-y^2+9}$ determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza, $\mathcal{A}$, di f, calcolare inoltre il baricentro dell'insieme $\mathcal{A} \cap S$, essendo $S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4 \right\}$.
(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. II
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 17092008

1. Risolvere la seguente equazione nell'incognita $z \in \mathbb{C}$ e rappresentarne graficamente le soluzioni:

$$(2z^3 - i)(z^4 + 2i) = 0.$$

(punti 10)

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \ln \frac{(-x^2+3)\sqrt{-y^2+2}}{\sqrt{x+y}}$ determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza, $\mathcal{A}$, di f, calcolarne inoltre il baricentro.

(punti 10)

3. Rappresentare graficamente il seguente insieme:

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \begin{cases} 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9 \\ 0 \leq x \leq y \end{cases} \right\}$$

e calcolare $\displaystyle\iint_{\mathcal{A}} (2x - 3y)dxdy.$

(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. II
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 01072008

1. Risolvere l'equazione:

$$16z^4 + 1 = 0$$

nell'incognita $z \in \mathbb{C}$ e scomporre in fattori reali il binomio

$$16x^4 + 1$$

con $x \in \mathbb{R}$.

(punti 10)

2. Classificare la seguente quadrica:

$$x^2 + y^2 - 6xz + z^2 - 8y - 4yz - 1 = 0.$$

(punti 6)

3. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{x}{x^4 - 1} dx.$$

(punti 6)

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \sqrt{\dfrac{xy+2}{y-x}}$ determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza di f, calcolare inoltre le derivate parziali prime e seconde di f nel punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Corso di Istituzioni di Mat. II
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 16062008

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & -3 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli indici di positività, negatività e nullità di A. Sia inoltre g_A il prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$ definito da $g_A(X, Y) = ({}^tX)AY$; determinare una base di $\mathbb{R}^3$ g_A-ortogonale.

(punti 8)

2. Risolvere la seguente equazione nell'incognita $z \in \mathbb{C}$ e rappresentarne graficamente le soluzioni:

$$(2z^3 - \sqrt{3}i)(2z^4 + i) = 0.$$

(punti 10)

3. Classificare la seguente quadrica:

$$16x^2 + y^2 - 12xy - z^2 - 8z - 4zx - 1 = 0.$$

(punti 6)

4. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{2 - 3e^x}{e^x - 3} dx.$$

(punti 6)

5. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \ln \dfrac{(-y^2+3)\sqrt{-x^2+2}}{\sqrt{x-y}}$ determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza, $\mathcal{A}$, di f, calcolarne inoltre il baricentro.

(punti 10)

6. Rappresentare graficamente il seguente insieme:

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \begin{cases} 1 \leq x^2 + \dfrac{y^2}{16} \leq 9 \\ 0 \leq x \leq y \\ x \geq 0 \end{cases} \right\}$$

e calcolare $\displaystyle\iint_{\mathcal{A}} (x+4y)dxdy.$

(punti 10)

7. Calcolare il volume e l'area della superficie del solido generato da una rotazione completa intorno all'asse x del grafico della funzione $y = (x-2)^2+4$ con $x \in]0,4[$.

(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. II
Prof.ssa A. Nannicini - compito di esame 12022008

1. Risolvere l'equazione:

$$16z^4 - i = 0$$

nell'incognita $z \in \mathbb{C}$ e rappresentarne graficamente le soluzioni.

(punti 8)

2. Classificare la seguente quadrica:

$$x^2 - 2y^2 - 8yz + z^2 - 6x - 4yx - 1 = 0.$$

(punti 6)

3. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{1+3e^x}{2e^x+5}dx.$$

(punti 6)

4. Sia $f\ :\ \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \sqrt{\dfrac{6-2x^2-3y^2}{|y^2-2x^2|}}$ determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza di f, calcolare inoltre le derivate parziali prime e seconde di f nel punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(punti 10)

Corso di Istituzioni di Mat. II
PER IL CORSO DI LAUREA IN ARCHITETTURA QUINQUENNALE
Prof.ssa A. NANNICINI - seconda prova scritta intermedia 06062008

1. Risolvere la seguente equazione differenziale con la condizioni indicate:

$$\begin{cases} y'' - 2y' + 5y = -2e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases} .$$

(punti 10)

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x^2 - 4xy + y^2 + 15;$$

determinare e classificare i punti critici di f; determinare inoltre i massimi e i minimi relativi e assoluti di f nell'insieme $\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \ \mid x^2 + y^2 = 1 \right\}$.

(punti 10)

3. Sia $f\ :\ \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \dfrac{(\ln(-x^2+2x))\left(\ln\left(\dfrac{-y+3}{y}\right)\right)}{\sqrt{x-y}}$; determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza di f e calcolarne il baricentro.

(punti 10)

4. Sia $\omega = (3x-2y)dx+(-2x+5y)dy$; calcolare $\int_\gamma \omega$ essendo γ la circonferenza di centro l'origine e raggio 2 percorsa in senso antiorario. Controllare inoltre se ω è chiusa e se è esatta.

(punti 10)