Corsi di Geometria, Geometria e Algebra Lineare
per i corsi di laurea in Ing. Civ., Edile, Ambientale
compito di esame 20130625
per studenti immatricolati prima dell'a.a. 2012/2013

1. Sia $\mathcal{V}$ lo spazio dei vettori liberi e sia $\mathfrak{B} = \{i, j, k\}$ una base di $\mathcal{V}$ ortonormale e positivamente orientata, sia $f \in End(\mathcal{V})$ definito da: $f(v) = < v, i + 2j - 3k > ((j - k) \wedge (i + j))$; scrivere la matrice di f rispetto alla base $\mathfrak{B}$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine autovalori e autovettori di f e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 10)

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(2)$ e sia $f_A \in End(\mathbb{R}(2))$ definito da: $f_A(X) = (tr(XA))\, A^{-1}$;

a) calcolare traccia e rango di f_A;
b) determinare autovalori e autovettori di f_A e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 10)

3. Siano $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 5 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $B(\lambda) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & \lambda \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$; discutere la risolubilità dell'equazione $X\,({}^tA) = B(\lambda)$ nell'incognita $X \in M_{4,2}(\mathbb{R})$ al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ e determinarne le eventuali soluzioni.

(punti 10)

Corso di Geometria
per il corso di laurea in Ing. Civ., Edile, Ambientale
compito di esame 20130625
per studenti immatricolati nell'a.a. 2012/2013

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}(2))$ definito da $f(X) = 2({}^tX) + 2X$;

a) calcolare $tr(f)$ e $rank\ f$;
b) determinare autovalori e autovettori di f^2 e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 10)

2. Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare nelle incognite $x, y, z \in \mathbb{R}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$ e determinarne le eventuali soluzioni:

$$\begin{cases} x - 2y = 2k \\ x + y + z = -k \\ 3y - kz = 0 \\ 2x - y + z = k \end{cases}.$$

(punti 10)

3. Sia $f \in End(\mathbb{R}(2))$ definito da: $f(X) = (tr(X))\, A - 2\,(trA)\, X$ essendo $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$;

a) calcolare l'operatore trasposto di f rispetto al prodotto scalare standard su $\mathbb{R}(2)$;
b) determinare autovalori e autovettori di f e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 10)

Corso di Geometria
per il corso di laurea in Ing. Civ., Edile, Ambientale
15012013

1. Sia $A(k) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & k^3 \\ 0 & 27i & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}(3)$; determinare i valori di $k \in \mathbb{C}$ tali che $A(k)$ è hermitiana; per tali valori determinare gli autovalori e gli autovettori di $A(k)$.

2.Sia $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^6$ e sia $f \in End(\mathbb{R}^6)$ definito da

$$f(v) := < v_0, v_0 > v - < v, v_0 > v_0;$$

descrivere $ker\, f$ e $Im\, f$ determinandone la dimensione e una base. Determinare inoltre $tr\, f$ e l'operatore trasposto di f rispetto al prodotto scalare standard su $\mathbb{R}^6$.

3. Sono date le rette $r : \begin{cases} x = z \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} y = z \\ x + y = 1 \end{cases}$. Determinare il luogo geometrico dei punti dello spazio equidistanti da r e s.

4. Sia $H = \{f \in End(\mathbb{R}(3)) \,|\, f(A) = f(B)\}$ essendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; dimostrare che H è un sottospazio vettoriale di $End(\mathbb{R}(3))$ e calcolarne la dimensione.

1.

compito di esame 20130610

1. Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare nelle incognite $x, y, z \in \mathbb{R}$ al variare di $k, h \in \mathbb{R}$ e determinarne le eventuali soluzioni:

$$\begin{cases} x + 2z = 2h \\ x + y - z = -h \\ ky + 3z = k \\ 2x + y + z = h \end{cases}.$$

(punti 10)

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(2)$ e sia $f_A \in End(\mathbb{R}(2))$ definito da: $f(X) = AXA^{-1}$;

a) calcolare determinante, traccia e rango di f_A;

b) determinare autovalori e autovettori di f_A e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 10)

3. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \left[\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & y \\ 0 & 1 & z \\ 1 & 2 & x \end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$;

a) calcolare l'operatore trasposto di f rispetto al prodotto scalare standard su $\mathbb{R}^3$;
b) determinare autovalori e autovettori di f e discuterne la diagonalizzabilità.

(punti 10)

Corso di geometria per i corsi di laurea in Ing. Civile e Edile
a.a. 1999/2000 - Prof.ssa A. Nannicini
compito di esame 05072000

1. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$; scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$ calcolandone la dimensione e una base; calcolare infine autovalori e autovettori di f e discuterne la diagonalizzabilità. (punti 12)

2. Sia $A(\lambda) = \begin{pmatrix} 3 & \lambda \\ \lambda & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(2)$; descrivere $\mathcal{K} = \{\lambda \in \mathbb{R} \,|\, A(\lambda) \text{ è definita positiva}\}$; dopo aver verificato che $-1 \in \mathcal{K}$ si consideri il prodotto scalare euclideo $g_{A(-1)}$ su $\mathbb{R}^2$ definito da: $g_{A(-1)}(X,Y) = {}^t XA(-1)Y$; determinare una base di $\mathbb{R}^2$, $g_{A(-1)} - ortonormale$. (punti 10)

3. Riferito lo spazio ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$ di origine O sono date le rette $r_k : \begin{cases} x + z = y \\ 2x - ky + k = 0 \end{cases}$, $s_k : \begin{cases} 2y = z \\ kx + 3y + z = 0 \end{cases}$; determinare la mutua posizione di r_k e s_k al variare di $k \in \mathbb{R}$; determinare le eventuali intersezioni di r_k e s_k. (punti 10)

Corso di geometria per i corsi di laurea in Ing. Civile e Edile
a.a. 1999/2000 - Prof.ssa A. Nannicini
compito di esame 02102000

1. Sia $f_a \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f_a \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2y - z \\ ay - z \\ 8z \end{pmatrix}$ con $a \in \mathbb{R}$; scrivere la matrice di f_a rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ in partenza e in arrivo; descrivere $\ker f_a$ e $\operatorname{Im} f_a$ calcolandone la dimensione e una base al variare di a; calcolare infine gli autovalori di f_a e discuterne la diagonalizzabilità al variare di a. (punti 12)

2. Sia $H = \left\{ f \in End(\mathbb{R}^3) \,|\, f(A) \subseteq B \right\}$ essendo:

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ | \ x - y = 0 \right\} \quad e \quad \mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ \middle| \ \begin{cases} \alpha = \beta \\ \beta = \gamma \end{cases} \right\};$$

calcolare la dimensione e una base di $\mathcal{A}$ e di $\mathcal{B}$; calcolare inoltre la dimensione di H.

Sia $K = \left\{ f \in H \ \middle| \ f\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, K è un sottospazio vettoriale di H? In caso affermativo determinarne la dimensione. (punti 12)

3. Riferito il piano ad un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y\}$ è data la conica:
$\mathcal{C} = \{(2xy + 8x - 2y = 1\}$; classificarla e ridurla in forma canonica. (punti 10)