CORSO DI IST. DI MAT. II per il corso di laurea in arch. quinquennale
Corso C - Prof.ssa A. NANNICINI a.a. 2007/2008 - scheda esercizi # 1

1. Siano $z = 3 - 2i$, $w = -8 + i \in \mathbb{C}$; calcolare: $z + w$, $2z - 3w$, $z : w$.

2. Siano $z = -1 + 3i$, $w = 1 + i \in \mathbb{C}$; calcolare: $\Re e(z)$, $\Im m(w)$, $z\overline{w}$, $Arg(w^2)$, $|z + w|$, $\overline{w}^4$.

3. Risolvere le seguenti equazioni nell'incognita $z \in \mathbb{C}$:

$z^2 + 3z + 8 = 0$, $z^6 = 64$, $z^8 = 8$, $z^6 = 1 - i$, $(z^3 - 1)(2z^2 + 3z + 1) = 0$.

4. Calcolare i^{82} e $(-i)^{1042}$.

5. Calcolare $Log(2 + 2i)$, $(2 + 2i)^i$, $\cos 3i$, $\sin(1 - i)$.

6. Risolvere le seguenti equazioni nell'incognita $z \in \mathbb{C}$: $\sin z = 2$, $\cos z = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

7. Siano $Z = \begin{pmatrix} -1 \\ i \\ -1 \end{pmatrix}$, $W = \begin{pmatrix} 2i \\ -2 \\ 3i \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^3$; calcolare: $Z - \overline{W}$, $(2Z, W)$, $\|Z + W\|$.

8. Siano $A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ -5 & 1+i \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}(2)$; calcolare $A + 2B$, $A({}^t\overline{B}) - B({}^t\overline{A})$.

9. Determinare i valori di $k \in \mathbb{C}$ tali che $A(k) = \begin{pmatrix} ki & 2i \\ k & 2 \end{pmatrix}$ è hermitiana.

10. Sia $g : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da: $g(X,Y) = trX^tY$; provare che g è una forma bilineare su $\mathbb{R}^2$ e scrivere la matrice associata a g rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^2$.

11. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; scrivere la forma quadratica su $\mathbb{R}^3$ associata ad A.

12. Sia $Q : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da: $Q\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = x^2 - 2xy - 4xz + 3y^2 + z^2$; provare che Q è una forma quadratica su $\mathbb{R}^3$ e scivere la matrice associata a Q rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

13. Sia $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$ e sia g_A il prodotto scalare su $\in \mathbb{R}^3$ definito da: $g_A(X,Y) =^t XAY$; studiare la degenericità di g_A, descriverne il cono luce, dato $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ descrivere $X^\perp$, scrivere infine la proiezione ortogonale di X

su $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

14. Sia g_A il prodotto scalare dell'esercizio precedente, determinare una base di $\mathbb{R}^3$ g_A-ortogonale.

16. Calcolare gli indici di positività, negatività e nullità del prodotto scalare dell'esercizio 11.

16. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 8 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; provare che A è definita positiva e determinare una base di $\mathbb{R}^3$ ortonormale rispetto al prodotto scalare definito da g_A.

1^a prova scritta 23042004

1. Siano $u = \dfrac{2-i}{2i}$, $w = 2\left(\dfrac{1+2i}{-i}\right) \in \mathbb{C}$; determinare uv e $|uv|$; risolvere inoltre la seguente equazione:

$$(z^3 - |uv|)(z^2 - 2i) = 0.$$

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli indici di positività, negatività e nullità di A. Sia inoltre g_A il prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$ definito da $g_A(X,Y) = ({}^tX)AY$; determinare una base di $\mathbb{R}^3$ g_A-ortogonale.

3. Sia $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli autovalori di A e una base di $\mathbb{R}^3$, ortonormale rispetto al prodotto scalare standard, costituita da autovettori di A.

4. Sia A la matrice dell'esercizio 2. e sia $Q = \left\{X \in \mathbb{R}^3 \mid {}^tXAX = -1\right\}$; classificare Q.

5. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{1+e^x}{3e^x+2}dx.$$

1^a prova scritta intermedia 22032006

1. Siano $u = 3-2i$, $v = 2 + \dfrac{1}{3}i \in \mathbb{C}$ e sia $w = v - \dfrac{1}{3}\overline{u}$; scrivere la forma trigonometrica di w, risolvere inoltre la seguente equazione: $z^3 = w^2$ e rappresentarne graficamente le soluzioni.

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli indici di positività, negatività e nullità di A. Provare che A^2 è definita positiva e, posto g_{A^2} il prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$ definito da $g_{A^2}(X,Y) = ({}^tX)A^2Y$, determinare una base di $\mathbb{R}^3$ $g_{A^2}-$ortonormale.

3. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare gli autovalori di A e una base di $\mathbb{R}^3$, ortonormale rispetto al prodotto scalare standard, costituita da autovettori di A.

4. Sia A la matrice dell'esercizio 3. e sia $Q = \left\{X \in \mathbb{R}^3 \mid {}^tXAX = 1\right\}$; classificare Q.

5. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{2x^2 + 5x}{x^2 + 1} dx.$$

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II per il corso di laurea in architettura quinquennale a.a. 2007/2008 (Corso A - Prof.ssa A. NANNICINI) scheda esercizi # 2

1. Sia $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$; ortonormalizzare $\mathcal{B}$ rispetto al prodotto scalare standard su $\mathbb{R}^3$.

2. Sia $f \in End(\mathbb{R}^3)$ definito da: $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x \\ 2y \\ z \end{pmatrix}$; calcolare l'operatore trasposto di f rispetto al prodotto scalare standard.

3.Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1-i & 0 \\ 1+i & \lambda & 7 \\ 0 & \lambda^3 - 1 & 8 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}(3)$; determinare i valori di $\lambda \in \mathbb{C}$ per i quali A è hermitiana.

4. Sia $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ i & 1+i \end{pmatrix} \in \mathbb{C}(2)$ e sia $G = A\overline{{}^tA}$; provare che G è hermitiana e che il prodotto hermitiano su $\mathbb{C}^2$ definito da G mediante $G(X,Y) = {}^tXG\overline{Y}$ è definito positivo.

5. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -i & 1 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}(3)$; determinare una base di $\mathbb{C}^3$, ortonormale rispetto al prodotto hermitiano standard, costituita da autovettori di A.

6. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; determinare una base di $\mathbb{R}^3$, ortonormale rispetto al prodotto scalare standard, costituita da autovettori di A..

7. Calcolare gli indici di positività, negatività e nullità della matrice A data nell'esercizio precedente.

8. Sia A la matrice dell'esercizio 6, determinare $C \in O(3)$ e $\Lambda \in \mathbb{R}(3)$ diagonale, tali che risulti $A =^t C\Lambda C$.

9. Sia $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; calcolare gli indici di A e determinare $B \in \mathbb{R}(3)$ tale che risulti $A = B^2$.

10. Classificare le seguenti quadriche:

$x^2 + 3y^2 + z^2 - 4x = 1$

$x^2 - 3y^2 - 2z^2 + 2z = 1$

$x^2 - 2xy - 4xz + 3y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 1 = 0.$

11. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(3)$; e sia g_A il prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$ definito da $g_A(X,Y) =^t XAY$; calcolare gli indici di g_A.

12. Sia A la matrice dell'esercizio precedente e sia $Q = \left\{X \in \mathbb{R}^3 \,|^t XAX = 1\right\}$; classificare Q e discutere l'esistenza di una base di $\mathbb{R}^3$, g_A-ortogonale, costituita da elementi di Q.

13. Sia $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}(2)$; determinare $B \in \mathbb{R}(2)$ tale che $A = B^2$ e discutere l'esistenza di $B \in \mathbb{R}(2)$ simmetrica e definita positiva tale $A = B^2$.

Corso di Istit. di Mat. II per il corso di laurea in architettura quinquennale
Prof.ssa A. Nannicini - a.a. 2007/2008
scheda esercizi # 3

1. Determinare l'insieme di esistenza delle seguenti funzioni:

$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \sqrt{3x^2 - 5xy + 2y^2}$, $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \ln \dfrac{-xy}{x - 3y}$,

$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \ln \sin(x^2 + y^2)$.

2. Discutere l'esistenza del limite per $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ delle seguenti funzioni, ed eventualmente calcolarlo:

$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \dfrac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \dfrac{xy}{x^2+xy+2y^2}$.

3. Discutere la differenziabilità delle seguenti funzioni nel punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$:

$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x^2+y^2-2xy+x+y$, $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2x\sin y$.

4. Calcolare il differenziale delle seguenti funzioni nei punti a fianco indicati:

$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \sqrt{2x^2+y^2-xy}$, $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$;

$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \ln\dfrac{1+2x}{1+y}$, $P = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$;

$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3^{x+y}\sin xy$, $P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$.

5. Determinare e classificare i punti critici delle seguenti funzioni: $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} =$ $x^2+y^2-3xy+x+y$, $2x\sin 3y$, $\sqrt{x^2+2y^2-xy}$, $\arctan(y^2-x^4)$, $e^{x^4+y^3-4x^2-2y^2}$, $e^{x+y}(8x^2-6xy+3y^2)$.

6. Sia $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3x^2-2xy+y^2$; descrivere le curve di livello di f, calcolare ∇f e la derivata direzionale di f nel punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ secondo la direzione della retta $y = 2x-1$.

7. Sia $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x+2y \\ y^2-z^2 \end{pmatrix}$; calcolare la matrice Jacobiana di f.

8. Sia $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos y\cos z \\ x\cos y\sin z \\ x\sin y \end{pmatrix}$; calcolare divergenza e rotore di f.

9. Sia $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2e^{x^3+y^4-3x^2-4y^2}$; determinare massimi e minimi relativi di f.

10. Determinare massimi e minimi delle seguenti funzioni soggetti ai vincoli indicati a lato:

$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3x^2+4y^2-8x-10$, $S = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \le 4\right\}$;

$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x^2+5y^2-\frac{1}{2}xy$, $S = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x \ge 0, 0 \le y \le 1-x\right\}$;

$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x^2+y^2-2xy$, $S = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 = 4\right\}$;

$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2x^3-x^2-y^2+5$,

$S = \left\{\text{rettangolo di vertici } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}\right\}$;

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = xy^2 + yz^2,\ S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \left| x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \right. \right\}.$$

11. Determinare la distanza del punto $P = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ dall'insieme $y = x^2$.
12. Determinare gli estremi degli assi maggiore e minore dell'ellisse: $3x^2 + 2xy + 3y^2 = 16$.
13. Determinare le coordinate dei vertici dell'iperbole: $x^2 + 4xy + 2y^2 = 1$.
14. Determinare massimi e minimi di $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = x$ sull'insieme definito dall'intersezione del cono $z^2 = x^2 + y^2$ con il piano $x - 2z = 3$.

seconda prova scritta intermedia 26052006

1. Sia $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ la curva parametrizzata definita da:

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} 3t \\ 2 - t^2 \\ t \end{pmatrix};$$

determinare il triedro mobile sulla curva, la curvatura e la torsione.

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da:

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 5x^2 + 6xy + 5y^2 + 2;$$

determinare i massimi e i minimi relativi e assoluti di f nell'insieme $\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \right\}$.

3. Risolvere la seguente equazione differenziale con la condizioni indicate:

$$\begin{cases} y'' + y' + y = 3\cos x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}.$$

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da:

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \ln\left(\left(25 - x^2 - y^2\right)\left(x^2 + y^2 - 16\right)\right)\sqrt{-5x}\sqrt{3y};$$

determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza di f e calcolarne il baricentro.

seconda prova scritta intermedia 31052004

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da: $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3x^2 - 8xy + 3y^2$; determinare i massimi e i minimi relativi e assoluti di f nell'insieme $\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 \leq 1 \right\}$.

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{5\,|x+5y|}{4xy\,|x-2y|}\right)}$ determinare e rappresentare graficamente l'insieme di esistenza di f.

3. Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' + 5y' + 4y = 4\sin x.$$

4. Sia $\omega = (x-2y)dx - (2x+y)dy$, calcolare $\int_\gamma \omega$ essendo γ il segmento di estremi $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, percorso a partire dal primo punto al secondo. Rispondere inoltre alle seguenti domande:

ω è una forma chiusa?

ω è una forma esatta?.

CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
per il corso di laurea in architettura quinquennale a.a. 2005/2006
(Corso A - Prof.ssa A. NANNICINI) scheda esercizi # 4

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da: $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x^2 + 6xy + y^2$determinare i massimi e i minimi relativi e assoluti di f nell'insieme $\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 \leq 1 \right\}$.

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da: $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2x^2 - 5xy + y^2$determinare i massimi e i minimi relativi e assoluti di f nell'insieme $\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 \leq 4 \right\}$.

3. Sia $\gamma : [0, 4\pi] \to \mathbb{R}^3$ la curva parametrizzata definita da: $\gamma(t) = \begin{pmatrix} 4\cos t \\ 4\sin t \\ 3t \end{pmatrix}$; calcolare: il triedro mobile sulla curva e la lunghezza della curva.

4. Sia $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ la curva parametrizzata definita da: $\gamma(t) = \begin{pmatrix} 3t - t^3 \\ 3t^2 \\ 3t + t^2 \end{pmatrix}$; calcolare il triedro mobile sulla curva, il piano osculatore, la curvatura e la torsione.

5. Sia $\gamma : [\pi, 3\pi] \to \mathbb{R}^3$ la curva parametrizzata definita da: $\gamma(t) = \begin{pmatrix} 2t\cos t \\ 2t\sin t \\ t \end{pmatrix}$; calcolare il triedro mobile, il piano osculatore, normale e rettificante della curva, calcolare inoltre curvatura e torsione.

6. Determinare della retta tangente alla curva $x^2-2xy+3y^2=1$ nel suo punto di ascissa $\frac{1}{2}$.

7. Calcolare i seguenti integrali sugli insiemi a fianco indicati:

$\int\int_A (2x+3y)dxdy,\ A=\left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2\, | 1 \le x \le 3,\ 4 \le y \le 6\right\};$

$\int\int_A xydxdy,\ A=\left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \middle| \begin{cases} -1+x^2 \le y \le 1-x^2 \\ -1 \le x \le 1 \end{cases}\right\};$

$\int\int_A (\cos(x+y)-\sqrt{2}\sin(x-y))dxdy,\ A=\left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \middle| \begin{cases} 1 \le x \le 8 \\ 2 \le y \le 5 \end{cases}\right\}.$

8.Sia $A=\left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \middle| \begin{cases} 1 \le x^2+y^2 \le 4 \\ \frac{1}{\sqrt{3}}x \le y \le \sqrt{3}x \\ x > 0 \end{cases}\right\}$; rappresentare graficamente A e calcolare $\int\int_A (2x+y)dxdy$.

9. Sia $C=\left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{cases} 4 \le x^2+y^2 \le 9 \\ y \ge |x| \end{cases}\right\}$; rappresentare graficamente C e calcolare $\int\int_C (3x-2y)dxdy$.

10. Rappresentare graficamente il seguente insieme:

$$\mathcal{A}=\left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \begin{cases} 1 \le 2x^2+3y^2 \le 4 \\ -1 \le x \le 1 \\ y \ge 0 \end{cases}\right\}$$

e calcolare $\displaystyle\iint_{\mathcal{A}} (xy+2y)dxdy$.

11. Sia $\mathcal{A}$ l'insieme del piano delimitato dai grafici delle funzioni $y=-4x$ e $y=-\dfrac{4}{x}$ e dalle rette $x=-e^3$, $x=-e^2$; calcolare il baricentro di $\mathcal{A}$.

12. Rappresentare graficamente l'insieme di esistenza della funzione $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da:

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \sqrt{y}\sqrt{2x-x^2}\sqrt{4-x^2-2y^2}$$

e calcolarne il baricentro.

13. Sia $\mathcal{A}$ il trapezio nel piano di vertici $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$; determinare il baricentro di $\mathcal{A}$.

14. Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

$$y' = 2(x-1)y$$

$$y' + 5x^2y = 3x.$$

$$y'' + 8y' + 7y = 2x^2 - x$$

$$y'' + y' - 2y = \sin x$$

$$y'' + 6y' + 5y = e^{2x}.$$

15. Risolvere la seguente equazione differenziale con le condizioni iniziali indicate:

$$\begin{cases} y'' + 6y' - 10y = 2x^2 + 3x \\ y'(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

.16. Calcolare $\int_\gamma (3x-8)dy + (1-3y)dx$ essendo γ la circonferenza di centro l'origine e raggio 1 percorsa in senso antiorario.

17. Sia $\omega = (x^2+y)dx + (x+y^2)dy$, calcolare $\int_\gamma \omega$ essendo γ il segmento di estremi $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, percorso a partire dal primo punto al secondo. Rispondere inoltre alle seguenti domande:

ω è una forma chiusa?

ω è una forma esatta?.