Corso di Geometria e Algebra Lineare

per il corso di laurea in Ingegneria Civile dell'Università di Firenze

a.a. 2011/2012 - Prof.ssa Antonella Nannicini

Programma del corso

Il corso di geometria si articola su argomenti di algebra lineare e geometria analitica come riportato nel seguente programma sommario

Algebra lineare

1. Preliminari

Struttura lineare di $\mathbb{K}^n$: somma, moltiplicazione per scalare, dipendenza e indipendenza lineare, basi. Struttura euclidea standard su $\mathbb{R}^n$ e struttura hermitiana standard su $\mathbb{C}^n$: ortogonalità, norma, distanza, angoli. Struttura lineare e struttura metrica standard sullo spazio delle matrici $M_{n,m}(\mathbb{K})$; prodotto di matrici, matrici speciali. Lo spazio dei vettori liberi: struttura lineare e struttura metrica standard, prodotto vettoriale e proprietà relative.

2. Spazi vettoriali

Definizioni ed esempi fondamentali. Dipendenza e indipendenza lineare, sistemi di generatori e basi. Sottospazi vettoriali. Spazi vettoriali di dimensione finita: esistenza di basi e dimensione. Operazioni con spazi e sottospazi vettoriali: prodotti, somme, somme dirette.

3. Applicazioni lineari

Definizioni ed esempi fondamentali; nucleo ed immagine, teorema della nullità e rango e sue conseguenze. Lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari. Classificazione degli spazi vettoriali di dimensione finita. Rappresentazione matriciale di una applicazione lineare. Composizione, cambiamenti di base.

4. Determinante

Definizione e proprietà fondamentali; formule di calcolo, sviluppo di Laplace. Teorema di Binet. Teorema di Cramer. Inversa di una matrice. Determinante di un endomorfismo.

5. Caratteristica e rango

Caratteristica per righe, per colonne e rango di una matrice. Rango di una applicazione lineare. Calcolo del rango.

6. Sistemi di equazioni lineari

Teorema di Rouché-Capelli. Struttura delle soluzioni di un sistema lineare.

7. Spazi euclidei e hermitiani

Prodotti scalari definiti positivi: definizioni ed esempi fondamentali, basi ortogonali, spazio ortogonale ad un insieme. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Prodotti hermitiani definiti positivi. Rappresentazione di forme bilineari in spazi euclidei e hermitiani; operatore trasposto, operatore aggiunto e loro proprietà.

8. Autovalori e autovettori

Definizioni ed esempi fondamentali. Polinomio caratteristico. Autospazi. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Diagonalizzazione.

9. Teoria spettrale in spazi hermitiani ed euclidei

Il teorema spettrale per gli operatori normali. Il teorema spettrale per gli operatori simmetrici.

Elementi di geometria analitica

Coordinate cartesiane. Equazioni di rette e piani nello spazio. Problemi metrici e angolari. Coniche e quadriche: classificazione e riduzione in forma canonica.

Testi di riferimento
S. Lang *Algebra lineare* Boringhieri
M. Abate *Geometria* Mc Graw Hill
P. de Bartolomeis *Algebra lineare* La Nuova Italia
A. Nannicini *Esercizi svolti di algebra lineare* vol. 1, 2 Pitagora
A. Nannicini, L. Verdi *Note ed esercizi svolti di geometria analitica* Pitagora

Colloqui con gli studenti
Colloqui fra il docente e gli studenti sono possibili al termine delle lezioni e il lunedì dalle ore 11.45 alle ore 13.30 presso il plesso didattico S. Verdiana tel. 055-2055405 (ex Dipartimento di Matematica e Applicazioni per l'Architettura), P.za Ghiberti 27

Esami
L'esame consiste in una prova scritta e una prova orale. Sono previste due prove scritte intermedie, una a metà corso e l'altra alla fine del corso, le date verranno comunicate durante le lezioni. La valutazione di ciascuna prova sarà espressa in trentesimi; chi, avendo sostenuto le due prove, riporta una valutazione media maggiore o uguale a 18/30 accede direttamente alle prove orali della sessione invernale.

Il calendario degli esami è il seguente:

sessione invernale:	16 gennaio 2012 ore 15.00 aula 001 C.D.M.
	6 febbraio 2012 ore 15.00 aula 001 C.D.M.
	27 febbraio 2012 ore 15.00 aula 001 C.D.M.
sessione estiva:	11 giugno 2012 ore 15.00 aula 001 C.D.M.
	2 luglio 2012 ore 15.00 aula 101 C.D.M.
	3 settembre 2012 ore 15.30 aula 001 C.D.M.

le date si riferiscono alla prova scritta, le date delle prove orali verranno comunicate durante le prove scritte.

Corso di Geometria e Algebra Lineare
per il corso di laurea in Ingegneria Civile dell'Università di Firenze
a.a. 2011/2012 - Prof.ssa Antonella Nannicini
Programma dettagliato del corso

Algebra lineare
1. Preliminari
L'insieme $\mathbb{R}^n$: struttura lineare somma, moltiplicazione per scalari, dipendenza e indipendenza lineare, basi. Struttura euclidea standard su $\mathbb{R}^n$: prodotto scalare e proprietà relative. Norma, distanza, angoli in $\mathbb{R}^n$. Ortogonalità. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Proiezione ortogonale. Basi ortonormali. L'insieme $M_{n,m}(\mathbb{R})$ delle matrici nxm a elementi reali: soma, moltiplicazione per scalari; dipendenza e indipendenza lineare; matrici diagonali, triangolari superiori e inferiori; trasposta, matrici simmetriche e antisimmetriche. Traccia. Prodotto righe per colonne di due matrici: definizione e proprietà relative. Matrici invertibili; caratterizzazione di matrici invertibili in $\mathbb{R}(2)$. Matrici nilpotenti. Prodotto scalare standard in $M_{n,m}(\mathbb{R})$: definizione e proprietà relative. L'insieme $\mathbb{C}$ dei numeri complessi: rappresentazione algebrica, geometrica e trigonometrica di un numero complesso. Risoluzione di equazioni del tipo $z^n = w$ con z, w in $\mathbb{C}$ n intero positivo. Teorema fondamentale dell'algebra (senza dimostrazione). L'insieme $\mathbb{C}^n$: struttura lineare e prodotto hermitiano. Lo spazio delle matrici a elementi complessi $M_{n,m}(\mathbb{C})$; matrice aggiunta, matrici hermitiane e antihermitiane. Definizione di vettore libero: somma e moltiplicazione per scalari. Prodotto scalare di vettori liberi: definizione e proprietà relative. Ortogonalità, basi ortonormali. Prodotto vettoriale e prodotto misto: definizioni e proprietà. Basi ortonormali positive.
2. Spazi vettoriali
Definizioni ed esempi fondamentali. Dipendenza e indipendenza lineare, sistemi di generatori e basi. Sottospazi vettoriali. Spazi vettoriali di dimensione finita: esistenza di basi e dimensione. Operazioni con spazi e sottospazi vettoriali: intersezione, prodotti, somme, somme dirette. Teorema del completamento. Coordinate rispetto a una base.
3. Applicazioni lineari
Definizioni ed esempi fondamentali; nucleo ed immagine, teorema della nullità e rango e sue conseguenze. Lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari. Classificazione degli spazi vettoriali di dimensione finita. Teorema di rigidità. L(V,W) come spazio vettoriale. Linearità della composizione e dell'inversa di una applicazione lineare. Il grafico di una applicazione lineare. Rappresentazione matriciale di una applicazione lineare. Composizione, cambiamenti di base. Matrici simili. Traccia di un endomorfismo. Spazi di applicazioni lineari: f in L(V,W) tali che f(A) in B con A e B sottospazio vettoriali di V e W rispettivamente, calcolo di dimensioni e basi.
4. Determinante
Definizione e proprietà fondamentali; formule di calcolo, sviluppo di Laplace. Teorema di Binet. Teorema di Cramer. Inversa di una matrice. Determinante di un endomorfismo.
5. Caratteristica e rango
Caratteristica per righe, per colonne e rango di una matrice. Rango di una applicazione lineare. Calcolo del rango.
6. Sistemi di equazioni lineari
Teorema di Rouché-Capelli. Struttura delle soluzioni di un sistema lineare. Equazioni matriciali.
7. Autovalori e autovettori
Definizioni ed esempi fondamentali. Spettro, autospazi. Polinomio caratteristico. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Diagonalizzabilità, criterio di diagonalizzabilità.
8. Spazi euclidei e hermitiani
Prodotti scalari. Spazi vettoriali metrici reali, prodotti scalari definiti positivi: definizioni ed esempi fondamentali, basi ortogonali, spazio ortogonale ad un insieme. Criterio di Hurwitz per la definitezza di matrici simmetriche. Spazi euclidei. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-

Schmidt. Matrici ortogonali. Operatore trasposto. Endomorfismi simmetrici in spazi euclidei. Spazi hermitiani. Operatori autoaggiunti, antiautoaggiunti, normali. Matrici unitarie.

9. Teoria spettrale in spazi hermitiani ed euclidei

Proprietà spettrali degli operatori normali. Il teorema spettrale per gli operatori normali. Versione matriciale del teorema spettrale complesso. Il teorema spettrale per gli operatori simmetrici. Versione matriciale del teorema spettrale reale. Conseguenze del teorema spettrale reale. Matrici definite positive, radice quadrata di una matrice definita positiva, proprietà estremali degli auto valori.

Elementi di geometria analitica

Richiami di geometria analitica piana: sistemi di riferimento, punti, rette, distanze, punto medio di un segmento; parallelismo e perpendicolarità fra rette. Geometria analitica dello spazio: sistemi di riferimento; rette, equazioni vettoriale, parametriche e cartesiane. Piani: equazioni vettoriale, parametriche, cartesiana. Retta come intersezione di due piani. Fascio di piani per una retta. Stella di piani. Parallelismo e perpendicolarità fra rette, rette e piani, piani. Rette sghembe e complanari. Condizione di sghembezza. Problemi metrici e angolari nel piano e nello spazio: angolo fra rette, piani, rette e piani; distanza di un punto da una retta, di un punto da un piano, fra due rette. Luoghi geometrici di punti nel piano: circonferenza, parabola, ellisse, iperbole. Coniche nel piano: il caso generale. Teorema di classificazione affine. Quadriche nello spazio: definizione ed esempi. Teorema di classificazione affine e cenni sulla riduzione in forma canonica.

Testi di riferimento

S. Lang *Algebra lineare* Boringhieri
M. Abate *Geometria* Mc Graw Hill
P. de Bartolomeis *Algebra lineare* La Nuova Italia
A. Nannicini *Esercizi svolti di algebra lineare* vol. 1, 2 Pitagora
A. Nannicini, L. Verdi *Note ed esercizi svolti di geometria analitica* Pitagora

Il calendario degli esami è il seguente:

sessione invernale: 16 gennaio 2012 ore 15.00 aula 001 C.D.M.
6 febbraio 2012 ore 15.00 aula 001 C.D.M.
27 febbraio 2012 ore 15.00 aula 001 C.D.M.

sessione estiva: 11 giugno 2012 ore 15.00 aula 001 C.D.M.
2 luglio 2012 ore 15.00 aula 101 C.D.M.
3 settembre 2012 ore 15.30 aula 001 C.D.M.

le date si riferiscono alla prova scritta, le date delle prove orali verranno comunicate durante le prove scritte.