Corso di Geometria (E-N)
per il corso di laurea in Ingegneria Civile, Edile e Ambientale
dell'Università di Firenze

a.a. 2012/2013 - Prof.ssa Antonella Nannicini

Programma dettagliato del corso

Algebra lineare

1. Preliminari

Struttura lineare di $\mathbb{R}^n$: somma, moltiplicazione per scalare, dipendenza e indipendenza lineare, basi. Struttura euclidea standard su $\mathbb{R}^n$: ortogonalità, norma, distanza, angoli, proiezione ortogonale, basi ortonormali, procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. L'insieme dei numeri complessi; rappresentazione algebrica, geometrica e trigonometrica di un numero complesso. Equazioni complesse. Radici n-esime dell'unità. Teorema fondamentale dell'algebra (senza dimostrazione) e sue conseguenze. Rappresentazione esponenziale. Potenze logaritmi. Funzioni trigonometriche complesse. Struttura lineare e e struttura hermitiana standard su $\mathbb{C}^n$. Struttura lineare nello spazio delle matrici $M_{n,m}(\mathbb{K})$; prodotto righe per colonne e proprietà relative; parentesi di Lie; trasposizione, traccia; matrici simmetriche e antisimmetriche; matrici triangolari, diagonali, matrici nilpotenti. Matrici hermitiane e antihermitiane. Lo spazio dei vettori liberi: struttura lineare e struttura metrica standard, prodotto vettoriale, prodotto misto e proprietà relative.

2. Spazi vettoriali

Definizioni ed esempi fondamentali. Dipendenza e indipendenza lineare, sistemi di generatori e basi. Sottospazi vettoriali. Spazi vettoriali di dimensione finita: esistenza di basi e dimensione. Operazioni con spazi e sottospazi vettoriali: somme, somme dirette.

3. Applicazioni lineari

Definizioni ed esempi fondamentali; nucleo ed immagine, teorema della nullità e rango e sue conseguenze. Lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari. Classificazione degli spazi vettoriali di dimensione finita. Rappresentazione matriciale di una applicazione lineare. Composizione, cambiamenti di base.

4. Determinante

Definizione e proprietà fondamentali; formule di calcolo, sviluppo di Laplace. Teorema di Binet. Teorema di Cramer. Inversa di una matrice. Determinante di un endomorfismo.

5. Caratteristica e rango

Spazio duale e biduale di uno spazio vettoriale. Base duale. Applicazione trasposta. Caratteristica per righe, per colonne e rango di una matrice. Rango di una applicazione lineare. Calcolo del rango.

6. Sistemi di equazioni lineari

Teorema di Rouché-Capelli. Struttura delle soluzioni di un sistema lineare. Equazioni matriciali. Teorema di Rouché-Capelli generalizzato. Rango di applicazioni lineari.

7. Spazi euclidei e hermitiani

Prodotti scalari, spazi vettoriali metrici: definizioni ed esempi fondamentali; basi ortogonali, spazio ortogonale ad un insieme; vettori isotropi, cono luce. Prodotti scalari definiti positivi, criterio di Hurwitz per la definitezza di matrici simmetriche. Isomorfismi musicali. Spazi euclidei: basi ortonormali, procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Operatore trasposto. Operatori simmetrici. Prodotti hermitiani definiti positivi. Spazi hermitiani. Operatore aggiunto, operatori normali, aggiunti e antiautoaggiunti. Matrici unitarie.

8. Autovalori e autovettori

Definizioni ed esempi fondamentali. Polinomio caratteristico. Autospazi. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Criterio di diagonalizzabilità.

9. Teoria spettrale in spazi hermitiani ed euclidei

Proprietà spettrali degli operatori normali. Teorema spettrale complesso. Versione matriciale del teorema spettrale complesso. Teorema spettrale reale. Versione matriciale del teorema spettrale reale. Conseguenze del teorema spettrale reale: radice quadrata di una matrice definita positiva, scomposizione polare di una matrice invertibile, proprietà estremali degli autovalori. Teoria spettrale per proiezioni. Teoria spettrale per endomorfismi matriciali.

Elementi di geometria analitica

Coordinate cartesiane. Equazioni di rette e piani nello spazio. Retta come intersezione di due piani. Fascio di piani per una retta. Stella di piani. Parallelismo e perpendicolarità fra rette, rette e piani, piani. Rette sghembe e complanari. Problemi metrici e angolari: angolo fra rette, piani, retta e piano; distanza di un punto da una retta, di un punto da un piano, fra due rette. Coniche e quadriche: teorema di classificazione affine e cenni sulla riduzione in forma canonica. Coniche e quadriche come luoghi geometrici. Luogo dei punti equidistanti da due rette. Luogo dei punti ottenuto dalla rotazione di una retta intorno ad un'altra retta.

Testi di riferimento

S. Lang *Algebra lineare* Boringhieri
M. Abate *Geometria* Mc Graw Hill
P. de Bartolomeis *Algebra lineare* La Nuova Italia
A. Nannicini *Esercizi svolti di algebra lineare* vol. 1, 2 Pitagora
A. Nannicini, L. Verdi *Note ed esercizi svolti di geometria analitica* Pitagora

Corso di Geometria (E-N)
per il corso di laurea in Ingegneria Civile, Edile e Ambientale
dell'Università di Firenze
a.a. 2012/2013 - Prof.ssa Antonella Nannicini
<u>Note introduttive</u>

Il corso di geometria si articola su argomenti di algebra lineare e geometria analitica come riportato nel seguente programma sommario

<u>Algebra lineare</u>

3. <u>Preliminari</u>

Struttura lineare di $\mathbb{K}^n$: somma, moltiplicazione per scalare, dipendenza e indipendenza lineare, basi. Struttura euclidea standard su $\mathbb{R}^n$ e struttura hermitiana standard su $\mathbb{C}^n$: ortogonalità, norma, distanza, angoli. Struttura lineare e struttura metrica standard sullo spazio delle matrici $M_{n,m}(\mathbb{K})$; prodotto di matrici, matrici speciali. Lo spazio dei vettori liberi: struttura lineare e struttura metrica standard, prodotto vettoriale e proprietà relative.

4. <u>Spazi vettoriali</u>

Definizioni ed esempi fondamentali. Dipendenza e indipendenza lineare, sistemi di generatori e basi. Sottospazi vettoriali. Spazi vettoriali di dimensione finita: esistenza di basi e dimensione. Operazioni con spazi e sottospazi vettoriali: prodotti, somme, somme dirette.

3. <u>Applicazioni lineari</u>

Definizioni ed esempi fondamentali; nucleo ed immagine, teorema della nullità e rango e sue conseguenze. Lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari. Classificazione degli spazi vettoriali di dimensione finita. Rappresentazione matriciale di una applicazione lineare. Composizione, cambiamenti di base.

4. <u>Determinante</u>

Definizione e proprietà fondamentali; formule di calcolo, sviluppo di Laplace. Teorema di Binet. Teorema di Cramer. Inversa di una matrice. Determinante di un endomorfismo.

5. <u>Caratteristica e rango</u>

Caratteristica per righe, per colonne e rango di una matrice. Rango di una applicazione lineare. Calcolo del rango.

6. <u>Sistemi di equazioni lineari</u>

Teorema di Rouché-Capelli. Struttura delle soluzioni di un sistema lineare.

7. <u>Spazi euclidei e hermitiani</u>

Prodotti scalari definiti positivi: definizioni ed esempi fondamentali, basi ortogonali, spazio ortogonale ad un insieme. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Prodotti hermitiani definiti positivi. Rappresentazione di forme bilineari in spazi euclidei e hermitiani; operatore trasposto, operatore aggiunto e loro proprietà.

8. <u>Autovalori e autovettori</u>

Definizioni ed esempi fondamentali. Polinomio caratteristico. Autospazi. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Diagonalizzazione.

9. <u>Teoria spettrale in spazi hermitiani ed euclidei</u>

Il teorema spettrale per gli operatori normali. Il teorema spettrale per gli operatori simmetrici.

Elementi di geometria analitica
Coordinate cartesiane. Equazioni di rette e piani nello spazio. Problemi metrici e angolari. Coniche e quadriche: classificazione e riduzione in forma canonica.

Testi di riferimento
S. Lang *Algebra lineare* Boringhieri
M. Abate *Geometria* Mc Graw Hill
P. de Bartolomeis *Algebra lineare* La Nuova Italia
A. Nannicini *Esercizi svolti di algebra lineare* vol. 1, 2 Pitagora
A. Nannicini, L. Verdi *Note ed esercizi svolti di geometria analitica* Pitagora

Colloqui con gli studenti
Colloqui fra il docente e gli studenti, nel periodo 20120917-20121221, sono possibili al termine delle lezioni e il lunedì dalle ore 15.45 presso il plesso didattico S. Verdiana tel. 055-2055405 (ex Dipartimento di Matematica e Applicazioni per l'Architettura), P.za Ghiberti 27.

Esami
Sono previste due prove intermedie (riservate esclusivamente agli studenti immatricolati nell'a.a. 2012-2013): nei giorni 20121106 ore 14.00 e 20121218 ore 14.00.
Ogni prova dura 90 minuti e consente di acquisire fino a 30 punti.
Il punteggio totale p è dato dalla seguente formula:

$$p = (0.5)(0.8p_1+1.2p_2)$$

essendo p_k il numero dei punti ottenuti nella k-esima prova (k = 1,2). Sono possibili, a esclusivo giudizio del Docente, rinormalizzazioni.
Gli studenti che conseguono un punteggio totale non inferiore a 15 accedono direttamente alle prove orali di un appello della sessione invernale. Chi non raggiungesse i 15 punti o utilizzasse sessioni diverse da quella invernale, dovrà sostenere, in sede di esame, una prova scritta ed una prova orale.

Il calendario degli esami è fissato nel modo seguente:

Sessione Invernale

Appello I 20130115 ore 15.00 aula 001 CDM
Appello II 20130206 ore 15.00 aula 001 CDM
Appello III 20130226 ore 15.00 aula 001 CDM

Sessione Estiva

Appello I 20130604 ore 10.00 aula 001 CDM
Appello II 20130625 ore 10.00 aula 001 CDM
Appello III 20130903 ore 15.00 aula 001 CDM

Le date e gli orari si riferiscono alla prova scritta; le date e gli orari delle prove orali verranno comunicate durante le prove scritte.

Per ulteriori informazioni: www.math.unifi.it/users/nannicini/