Corso di Geometria (E-N)
per il corso di laurea in Ingegneria Civile, Edile e Ambientale
dell'Università di Firenze

a.a. 2013/2014 - Prof.ssa Antonella Nannicini

Programma dettagliato del corso

Algebra lineare

1. Preliminari

Struttura lineare di $\mathbb{R}^n$: somma, moltiplicazione per scalari, dipendenza e indipendenza lineare, basi. Struttura euclidea standard su $\mathbb{R}^n$: norma, distanza, angoli, ortogonalità, proiezione ortogonale, basi ortonormali, procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. L'insieme dei numeri complessi; rappresentazione algebrica, geometrica e trigonometrica di un numero complesso. Equazioni complesse. Radici n-esime dell'unità. Teorema fondamentale dell'algebra (senza dimostrazione) e sue conseguenze. Rappresentazione esponenziale. Potenze, logaritmi. Funzioni trigonometriche complesse. Struttura lineare e struttura hermitiana standard su $\mathbb{C}^n$. Struttura lineare nello spazio delle matrici $M_{n,m}(\mathbb{K})$; prodotto righe per colonne e proprietà relative; parentesi di Lie; trasposizione, traccia; matrici simmetriche e antisimmetriche; matrici triangolari, diagonali, matrici nilpotenti, idempotenti. Matrici hermitiane e antihermitiane. Lo spazio dei vettori liberi: struttura lineare e struttura metrica standard, prodotto vettoriale, prodotto misto e proprietà relative.

2. Spazi vettoriali

Definizioni ed esempi fondamentali. Dipendenza e indipendenza lineare, sistemi di generatori e basi. Sottospazi vettoriali. Spazi vettoriali di dimensione finita: esistenza di basi e dimensione. Operazioni con spazi e sottospazi vettoriali: somme, somme dirette.

3. Applicazioni lineari

Definizioni ed esempi fondamentali; nucleo e immagine, teorema della nullità e rango e sue conseguenze. Lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari. Classificazione degli spazi vettoriali di dimensione finita. Rappresentazione matriciale di una applicazione lineare. Composizione, cambiamenti di base.

4. Determinante

Definizione e proprietà fondamentali; formule di calcolo, sviluppo di Laplace. Teorema di Binet. Teorema di Cramer. Inversa di una matrice. Determinante di un endomorfismo.

5. Caratteristica e rango

Spazio duale e biduale di uno spazio vettoriale. Base duale. Applicazione trasposta. Caratteristica per righe, per colonne e rango di una matrice. Rango di una applicazione lineare. Calcolo del rango.

6. Sistemi di equazioni lineari

Teorema di Rouché-Capelli. Struttura delle soluzioni di un sistema lineare. Equazioni matriciali. Teorema di Rouché-Capelli generalizzato. Rango di applicazioni lineari.

7. Spazi euclidei e hermitiani

Prodotti scalari definiti positivi, criterio di Hurwitz per la definitezza di matrici simmetriche. Isomorfismi musicali. Spazi euclidei: basi ortonormali, procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Operatore trasposto. Operatori simmetrici e antisimmetrici. Prodotti hermitiani definiti positivi. Spazi hermitiani. Operatore aggiunto, operatori normali, aggiunti e antiautoaggiunti. Matrici unitarie.

8. Autovalori e autovettori

Autovalori e autovettori di endomorfismi e matrici: definizioni ed esempi fondamentali. Spettro, autospazi. Polinomio caratteristico. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Diagonalizzabilità di endomorfismi e matrici. Criterio di diagonalizzabilità.

9. Teoria spettrale in spazi hermitiani ed euclidei

Proprietà spettrali degli operatori normali. Teorema spettrale complesso. Versione matriciale del teorema spettrale complesso. Teorema spettrale reale. Versione matriciale del teorema spettrale reale. Conseguenze del teorema spettrale reale: radice quadrata di una matrice definita positiva, scomposizione polare di una matrice invertibile, proprietà estremali degli autovalori (senza dimostrazione). Teoria spettrale per proiezioni. Teoria spettrale per endomorfismi matriciali.

<u>Elementi di geometria analitica</u>

Coordinate cartesiane. Equazioni di rette e piani nello spazio. Retta come intersezione di due piani. Fascio di piani per una retta. Parallelismo e perpendicolarità fra rette, rette e piani, piani. Rette sghembe e complanari. Problemi metrici e angolari: angolo fra rette, piani, retta e piano; distanza di un punto da una retta, di un punto da un piano, fra due rette. Coniche e quadriche: teorema di classificazione affine e cenni sulla riduzione in forma canonica. Coniche e quadriche come luoghi geometrici. Luogo dei punti equidistanti da due rette. Luogo dei punti ottenuto dalla rotazione di una retta intorno ad un'altra retta.

<u>Testi di riferimento</u>

S. Lang *Algebra lineare* Boringhieri
M. Abate *Geometria* Mc Graw Hill
P. de Bartolomeis *Algebra lineare* La Nuova Italia
A. Nannicini *Esercizi svolti di algebra lineare* vol. 1, 2 Pitagora
A. Nannicini, L. Verdi *Note ed esercizi svolti di geometria analitica* Pitagora

Il **calendario degli esami** è il seguente:

sessione invernale:
21 gennaio 2014 ore 15.00 aula 001 C.D.M.
6 febbraio 2014 ore 15.00 aula 001 C.D.M.
20 febbraio 2014 ore 15.00 aula 001 C.D.M.

sessione estiva:
17 giugno 2012 ore 15.00 aula 001 C.D.M.
1 luglio 2014 ore 15.00 aula 101 C.D.M.
15 luglio 2014 ore 15.00 aula 101 C.D.M.
4 settembre 2014 ore 15.30 aula 001 C.D.M.

le date si riferiscono alla prova scritta, le date delle prove orali verranno comunicate durante le prove scritte;
coloro che hanno superato le prove scritte intermedie potranno sostenere la prova orale il 21 gennaio 2014 alle ore 10.30 in aula 001 C.D.M. previa prenotazione (via mail o durante il ricevimento studenti)

Corso di Geometria (E-N)
per il corso di Studi in Ingegneria Civile, Edile e Ambientale
Scuola di Ingegneria - Università di Firenze
a.a. 2013/2014 - Prof.ssa Antonella Nannicini
Note introduttive

Il corso di geometria si articola su argomenti di algebra lineare e geometria analitica come riportato nel seguente programma sommario.

Algebra lineare

3. Preliminari

Struttura lineare di $\mathbb{K}^n$: somma, moltiplicazione per scalare, dipendenza e indipendenza lineare, basi. Struttura euclidea standard su $\mathbb{R}^n$ e struttura hermitiana standard su $\mathbb{C}^n$: ortogonalità, norma, distanza, angoli. Struttura lineare e struttura metrica standard sullo spazio delle matrici $M_{n,m}(\mathbb{K})$; prodotto di matrici, matrici speciali. Lo spazio dei vettori liberi: struttura lineare e struttura metrica standard, prodotto vettoriale e proprietà relative.

4. Spazi vettoriali

Definizioni ed esempi fondamentali. Dipendenza e indipendenza lineare, sistemi di generatori e basi. Sottospazi vettoriali. Spazi vettoriali di dimensione finita: esistenza di basi e dimensione. Operazioni con spazi e sottospazi vettoriali: prodotti, somme, somme dirette.

3. Applicazioni lineari

Definizioni ed esempi fondamentali; nucleo ed immagine, teorema della nullità e rango e sue conseguenze. Lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari. Classificazione degli spazi vettoriali di dimensione finita. Rappresentazione matriciale di una applicazione lineare. Composizione, cambiamenti di base.

4. Determinante

Definizione e proprietà fondamentali; formule di calcolo, sviluppo di Laplace. Teorema di Binet. Teorema di Cramer. Inversa di una matrice. Determinante di un endomorfismo.

5. Caratteristica e rango

Caratteristica per righe, per colonne e rango di una matrice. Rango di una applicazione lineare. Calcolo del rango.

6. Sistemi lineari

Teorema di Rouché-Capelli. Struttura delle soluzioni di un sistema lineare.

7. Spazi euclidei e hermitiani

Prodotti scalari definiti positivi: definizioni ed esempi fondamentali, basi ortogonali, spazio ortogonale ad un insieme. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Prodotti hermitiani definiti positivi. Rappresentazione di forme bilineari in spazi euclidei e hermitiani; operatore trasposto, operatore aggiunto e loro proprietà.

8. Autovalori e autovettori

Definizioni ed esempi fondamentali. Polinomio caratteristico. Autospazi. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Diagonalizzazione.

9. Teoria spettrale in spazi hermitiani ed euclidei

Il teorema spettrale per gli operatori normali. Il teorema spettrale per gli operatori simmetrici.

Elementi di geometria analitica

Coordinate cartesiane. Equazioni di rette e piani nello spazio. Problemi metrici e angolari. Coniche e quadriche: classificazione e riduzione in forma canonica.

Testi di riferimento

S. Lang *Algebra lineare* Boringhieri
M. Abate *Geometria* Mc Graw Hill
P. de Bartolomeis *Algebra lineare* La Nuova Italia
A. Nannicini *Esercizi svolti di algebra lineare* vol. 1, 2 Pitagora
A. Nannicini, L. Verdi *Note ed esercizi svolti di geometria analitica* Pitagora
A. Nannicini, L. Verdi, S. Vessella *Note ed esercizi svolti di calcolo I* Pitagora (cap. 3 - cap. 4)

Colloqui con gli studenti

Colloqui fra il docente e gli studenti, nel periodo 20130916-20131217, sono possibili al termine delle lezioni e presso il plesso didattico S. Verdiana tel. 055-2055405 (ex Dipartimento di Matematica e Applicazioni per l'Architettura), P.za Ghiberti 27 con orario che verrà comunicato sulla pagina web personale.

Esami

Sono previste due prove scritte intermedie (riservate esclusivamente agli studenti immatricolati nell'a.a. 2013-2014): presumibilmente nei giorni 20131029 ore 14.00 e 20131217 ore 14.00.
Ogni prova dura 90 minuti e consente di acquisire fino a 30 punti.
Gli studenti che conseguono un punteggio totale delle due prove non inferiore a 36 accedono direttamente alle prove orali di uno degli appelli della sessione invernale. Chi non raggiungesse i 36 punti o utilizzasse sessioni diverse da quella invernale, dovrà sostenere, in sede di esame, una prova scritta ed una prova orale.

Il calendario degli esami sarà fissato successivamente.

Per ulteriori informazioni consultare la pagina web personale:
www.math.unifi.it/users/nannicini/