Corso di Geometria (M-Z)
per il corso di laurea in Ingegneria Civile, Edile e Ambientale
dell'Università di Firenze

a.a. 2014/2015 - Prof.ssa Antonella Nannicini

Programma dettagliato del corso

Algebra lineare

1. Preliminari

Struttura lineare di $\mathbb{R}^n$: somma, moltiplicazione per scalari, dipendenza e indipendenza lineare, basi. Coordinate rispetto ad una base. Base canonica. Struttura metrica standard su $\mathbb{R}^n$: norma, distanza, angoli, ortogonalità, proiezione ortogonale, basi ortonormali, procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. L'insieme $\mathbb{C}$ dei numeri complessi; rappresentazione algebrica, geometrica e trigonometrica di un numero complesso. Coniugio. Formula di De Moivre. Equazioni complesse. Radici n-esime dell'unità. Teorema fondamentale dell'algebra (senza dimostrazione) e sue conseguenze. Scomposizione di un polinomio a coefficienti reali. Rappresentazione esponenziale. Struttura lineare e struttura hermitiana standard su $\mathbb{C}^n$. Struttura lineare nello spazio delle matrici $M_{n,m}(\mathbb{K})$; prodotto righe per colonne e proprietà relative; parentesi di Lie; trasposizione, traccia; matrici simmetriche e antisimmetriche; matrici triangolari, diagonali, matrici nilpotenti, idempotenti. Matrici hermitiane e antihermitiane. Lo spazio dei vettori liberi: struttura lineare e struttura metrica standard, prodotto vettoriale, prodotto misto e proprietà relative.

2. Spazi vettoriali

Definizioni ed esempi fondamentali. Dipendenza e indipendenza lineare, sistemi di generatori e basi. Sottospazi vettoriali. Spazi vettoriali di dimensione finita: esistenza di basi e dimensione. Teorema del completamento. Operazioni con spazi e sottospazi vettoriali: intersezione, somma, somma diretta, prodotto, quoziente. Formula di Grassmann (senza dimostrazione).

3. Applicazioni lineari

Definizioni ed esempi fondamentali; nucleo e immagine, teorema della nullità e del rango e sue conseguenze. Rigidità di applicazioni lineari. Lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari. Classificazione degli spazi vettoriali di dimensione finita. Grafico di una applicazione lineare. Rappresentazione matriciale di una applicazione lineare. Composizione, cambiamenti di base.

4. Determinante

Definizione e proprietà fondamentali; formule di calcolo, sviluppo di Laplace. Regola di Sarrus. Dipendenza lineare e determinante. Teorema di Binet. Teorema di Cramer e formula di Cramer. Inversa di una matrice. Determinante di un endomorfismo.

5. Caratteristica e rango

Spazio duale e biduale di uno spazio vettoriale. Base duale. Isomorfismi musicali in $\mathbb{R}^n$. Applicazione trasposta. Caratteristica per righe, per colonne e rango di una matrice. Rango di una applicazione lineare. Calcolo del rango.

6. Sistemi di equazioni lineari

Teorema di Rouché-Capelli. Struttura delle soluzioni di un sistema lineare. Equazioni matriciali. Teorema di Rouché-Capelli generalizzato. Rango di applicazioni lineari.

7. Autovalori e autovettori

Autovalori e autovettori di endomorfismi e matrici: definizioni ed esempi fondamentali. Spettro, autospazi. Polinomio caratteristico. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Diagonalizzabilità di endomorfismi e matrici. Criterio di diagonalizzabilità.

8. Spazi euclidei e hermitiani

Forme bilineari. Prodotti scalari. Spazi vettoriali metrici reali. Teorema di Sylvester (senza dimostrazione). Prodotti scalari definiti positivi, criterio di Hurwitz per la definitezza di matrici simmetriche. Spazi vettoriali metrici euclidei: basi ortonormali, procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Operatore trasposto. Operatori simmetrici e antisimmetrici. Forme hermitiane. Prodotti hermitiani definiti positivi. Spazi hermitiani. Operatore aggiunto, operatori normali, aggiunti e antiautoaggiunti. Matrici unitarie.

9. Teoria spettrale in spazi hermitiani ed euclidei

Proprietà spettrali degli operatori normali. Teorema spettrale complesso. Versione matriciale del teorema spettrale complesso. Teorema spettrale reale. Versione matriciale del teorema spettrale reale. Conseguenze del teorema spettrale reale: radice quadrata di una matrice definita positiva, scomposizione polare di una matrice invertibile, proprietà estremali degli autovalori (senza dimostrazione). Teoria spettrale per proiezioni. Teoria spettrale per endomorfismi matriciali.

Elementi di geometria analitica

Coordinate cartesiane. Sistemi di riferimento. Distanza fra due punti. Punto medio di un segmento. Area e baricenttro di un triangolo. Equazioni di rette e piani nello spazio. Retta come intersezione di due piani. Fascio di piani per una retta. Stella di piani per un punto. Parallelismo e perpendicolarità fra rette, rette e piani, piani. Rette sghembe e complanari. Problemi metrici e angolari: angolo fra rette, piani, retta e piano; distanza di un punto da una retta, di un punto da un piano, fra due rette. Coniche e quadriche: teorema di classificazione affine e cenni sulla riduzione in forma canonica. Coniche e quadriche come luoghi geometrici. Luogo dei punti equidistanti da due rette. Luogo dei punti ottenuto dalla rotazione di una retta intorno ad un'altra retta.

Testi di riferimento

A. Nannicini *Lezioni di Algebra Lineare* Pitagora
A. Nannicini *Esercizi svolti di algebra lineare* vol. 1, 2 Pitagora
A. Nannicini, L. Verdi *Note ed esercizi svolti di geometria analitica* Pitagora

Altri testi consultabili

M. Abate *Geometria* Mc Graw Hill
P. de Bartolomeis *Algebra lineare* La Nuova Italia
S. Lang *Algebra lineare* Boringhieri

Esami

L'esame consiste in una prova scritta e una prova orale. Sono previste due prove scritte intermedie (riservate esclusivamente agli studenti immatricolati nell'a.a. 2014/2015). Ogni prova dura 90 minuti e consente di acquisire fino a 30 punti. Gli studenti che conseguono un punteggio totale delle due prove non inferiore a 36 accedono direttamente alle prove orali di uno degli appelli della sessione invernale. Coloro che hanno ottenuto una media maggiore o uguale a 15 e minore di 18 potranno sostenere la prova orale al primo applello della sessione invernale senza dover sostenere la prova scritta. Chi non non è contemplato nei casi precedenti, o utilizzasse sessioni diverse da quella invernale, dovrà sostenere, in sede di esame, una prova scritta e una prova orale.

Il **calendario degli esami** è il seguente:
sessione invernale:
26 gennaio 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M.
9 febbraio 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M.
23 febbraio 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M.
sessione estiva:
22 giugno 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M.
6 luglio 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M.
20 luglio 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M.
7 settembre 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M..

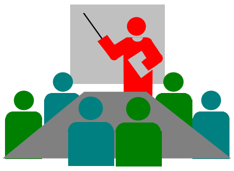
Le date si riferiscono alla prova scritta, le date delle prove orali verranno comunicate durante le prove scritte.

Colloqui con gli studenti

Colloqui fra il docente e gli studenti sono possibili presso il plesso didattico Santa Verdiana (ex Dipartimento di Matematica e Applicazioni per l'Architettura) Piazza Ghiberti 27 il mercoledì alle 15.45, salvo variazioni comunicate in Avvisi sul sito della Scuola di Ingegneria..

Consultare anche la pagina web personale del docente all'indirizzo:
www.math.unifi.it/users/nannicini

Corso di Geometria (M-Z)
per il corso di Studi in Ingegneria Civile, Edile e Ambientale
Scuola di Ingegneria - Università di Firenze
a.a. 2014/2015 - Prof.ssa Antonella Nannicini
Note introduttive



Il corso di geometria si articola su argomenti di algebra lineare e geometria analitica come riportato nel seguente programma sommario.

Algebra lineare

1. Preliminari

Struttura lineare di $\mathbb{K}^n$: somma, moltiplicazione per scalare, dipendenza e indipendenza lineare, basi. Struttura euclidea standard su $\mathbb{R}^n$ e struttura hermitiana standard su $\mathbb{C}^n$: ortogonalità, norma, distanza, angoli. Struttura lineare e struttura metrica standard sullo spazio delle matrici $M_{n,m}(\mathbb{K})$; prodotto di matrici, matrici speciali. Lo spazio dei vettori liberi: struttura lineare e struttura metrica standard, prodotto vettoriale e proprietà relative.

2. Spazi vettoriali

Definizioni ed esempi fondamentali. Dipendenza e indipendenza lineare, sistemi di generatori e basi. Sottospazi vettoriali. Spazi vettoriali di dimensione finita: esistenza di basi e dimensione. Operazioni con spazi e sottospazi vettoriali: prodotti, somme, somme dirette.

3. Applicazioni lineari

Definizioni ed esempi fondamentali; nucleo ed immagine, teorema della nullità e del rango e sue conseguenze. Lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari. Classificazione degli spazi vettoriali di dimensione finita. Rappresentazione matriciale di una applicazione lineare. Composizione, cambiamenti di base.

4. Determinante

Definizione e proprietà fondamentali; formule di calcolo, sviluppo di Laplace. Teorema di Binet. Teorema di Cramer. Inversa di una matrice. Determinante di un endomorfismo.

5. Caratteristica e rango

Caratteristica per righe, per colonne e rango di una matrice. Rango di una applicazione lineare. Calcolo del rango.

6. Sistemi lineari

Teorema di Rouché-Capelli. Struttura delle soluzioni di un sistema lineare.

7. Spazi euclidei e hermitiani

Prodotti scalari definiti positivi: definizioni ed esempi fondamentali, basi ortogonali, spazio ortogonale ad un insieme. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Prodotti hermitiani definiti positivi. Rappresentazione di forme bilineari in spazi euclidei e hermitiani; operatore trasposto, operatore aggiunto e loro proprietà.

8. Autovalori e autovettori

Definizioni ed esempi fondamentali. Polinomio caratteristico. Autospazi. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Diagonalizzazione.

9. Teoria spettrale in spazi hermitiani ed euclidei

Il teorema spettrale per gli operatori normali. Il teorema spettrale per gli operatori simmetrici.

Elementi di geometria analitica
Coordinate cartesiane. Equazioni di rette e piani nello spazio. Problemi metrici e angolari. Coniche e quadriche: classificazione e riduzione in forma canonica.

Testi di riferimento
A. Nannicini *Lezioni di Algebra Lineare* Pitagora
A. Nannicini *Esercizi svolti di algebra lineare* vol. 1, 2 Pitagora
A. Nannicini, L. Verdi *Note ed esercizi svolti di geometria analitica* Pitagora

Altri testi consultabili
M. Abate *Geometria* Mc Graw Hill
P. de Bartolomeis *Algebra lineare* La Nuova Italia
S. Lang *Algebra lineare* Boringhieri

Esami
L'esame consiste in una prova scritta e una prova orale. Sono previste due prove scritte intermedie (riservate esclusivamente agli studenti immatricolati nell'a.a. 2014/2015). Ogni prova dura 90 minuti e consente di acquisire fino a 30 punti. Gli studenti che conseguono un punteggio totale delle due prove non inferiore a 36 accedono direttamente alle prove orali di uno degli appelli della sessione invernale. Chi non raggiungesse i 36 punti, o utilizzasse sessioni diverse da quella invernale, dovrà sostenere, in sede di esame, una prova scritta e una prova orale. Le date delle prove scritte intermedie verranno comunicate durante il corso.

Il **calendario degli esami** è il seguente:
sessione invernale:
26 gennaio 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M.
9 febbraio 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M.
23 febbraio 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M.
sessione estiva:
22 giugno 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M.
6 luglio 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M.
20 luglio 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M.
7 settembre 2015 ore 15.00 aula 002 C.D.M..

Le date si riferiscono alla prova scritta, le date delle prove orali verranno comunicate durante le prove scritte.

Colloqui con gli studenti
Colloqui fra il docente e gli studenti, nel periodo 15.09.2014 – 23.12.2014, sono possibili al termine delle lezioni e presso il plesso didattico Santa Verdiana (ex Dipartimento di Matematica e Applicazioni per l'Architettura) Piazza Ghiberti 27 il mercoledì alle 15.45.

Eventuali variazioni saranno tempestivamente comunicate con comunicazioni su Avvisi del sito della Scuola di Ingegneria e/o sulla pagina web personale del docente all'indirizzo:
www.math.unifi.it/users/nannicini