

**Prova scritta di Geometria II modulo**  
C.d.L. in Matematica, Università degli studi di Firenze  
5 luglio 2006

**Esercizio 1:** Si consideri, al variare di  $a \in \mathbf{R}$ , la parabola che ha per asse la retta  $\{x + 2y + 1 = 0\}$ , ha il vertice in  $(1, -1)$  e passa per il punto  $P = (4 - 2a, a)$ .

- (a) Scrivere l'equazione di  $\mathcal{C}_a$  in funzione del parametro  $a$ .
- (b) Dire per quali valori di  $a \in \mathbf{R}$  la parabola è degenere.
- (c) Per  $a = 1$ , trovare una affinità  $f: \mathbf{A}^2 \rightarrow \mathbf{A}^2$  tale che  $f(\mathcal{C}) = \mathcal{C}_1$ , dove  $\mathcal{C}$  è la parabola  $\{y = x^2\}$ .

**Esercizio 2:** Sia  $\Gamma \subset \mathbf{A}^2$  il grafico della funzione seno:

$$\Gamma := \{(x, y) \mid y = \sin(x)\}.$$

Trovare le affinità  $f: \mathbf{A}^2 \rightarrow \mathbf{A}^2$  tali che  $f(\Gamma) = \Gamma$ .

**Esercizio 3:** Si consideri la forma quadratica  $f_a(x, y, z) = -xy - yz - axz$  al variare del parametro  $a \in \mathbf{R}$ .

- (a) Si trovi  $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$  tale che  $f_1(x, y, z) > 0$ .
- (b) Si calcoli la segnatura di  $f_a$  al variare di  $a$ .