GEOMETRIA I, corso di laurea in Matematica
Compito, 8 gennaio 2008, A.A. 2007-2008, FILA ?

1) DARE SOLO LE RISPOSTE FINALI SENZA IL PROCEDIMENTO

a) Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. Dire quali sono gli autovalori, le loro molteplicità algebriche e geometriche e se A è diagonalizzabile.

b) Sia $R_{a,b} = \begin{pmatrix} b & a & a \\ b & a & a \\ b & b & b \\ b & a & b \\ b & b & b \end{pmatrix}$. Calcolare il rango di $R_{a,b}$ al variare di $a, b \in \mathbf{R}$

c) Sia $A = \begin{pmatrix} 50 & 51 & 53 & 0 & 0 & 1 \\ 52 & 50 & 50 & 0 & 1 & 1 \\ 50 & 50 & 50 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 400 & 400 & 401 \\ 0 & 0 & 0 & 401 & 400 & 401 \\ 0 & 0 & 0 & 399 & 401 & 402 \end{pmatrix}$ e sia $E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Calcolare il determinante di A e il determinante di AE.

2) (MOTIVARE LE RISPOSTE, DESCRIVERE IL PROCEDIMENTO)
Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 2. Sia $f : V \to V$ lineare non nulla e tale che f^2 sia l'applicazione nulla. Dimostrare che esiste una base $\mathcal{B}$ di V tale che $M_{\mathcal{B},\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$