GEOMETRIA I, corso di laurea in Matematica
Scritto del 14 gennaio 2008, A.A. 2007-2008, FILA ?

PARTE A: DARE SOLO LE RISPOSTE FINALI SENZA IL PROCEDIMENTO

1) Siano $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ Sia $Z_{a,b,c,d} = \{ \begin{pmatrix} -t + 3s + a \\ 3s + b \\ t + c \\ r + d \end{pmatrix} \mid t, s, r \in \mathbf{R}\}$

i) Dire per quali valori di a, b, c, d, $Z_{a,b,c,d}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^4$

ii) Trovare, se esiste $f : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$ tale che $f(Z_{0,0,0,0}) = Z_{0,0,0,0}$ e f non multipo dell'identità.

2) Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Sia $g_A : M(2 \times 2, \mathbf{R}) \to M(2 \times 2, \mathbf{R})$ definita da $g_A(B) = AB + BA$.
Trovare $M_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(g_A)$ dove $\mathcal{E} = \{E_{1,1}, E_{1,2}, E_{2,1}, E_{2,2}\}$.

3) Sia $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ così definita:

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 4y \\ -x + y \\ y + 3z \end{pmatrix}$$

i) Trovare una base di $Im(f)$.

ii) Dire se f è diagonalizzabile ed dire quali sono i suoi autovalori e le loro molteplicità algebriche e geometriche.

PARTE B: MOTIVARE LE RISPOSTE, DESCRIVERE IL PROCEDIMENTO

4) Per ogni $p \in \mathbf{R}_2[x]$ sia $S_p := \{A \in M(n \times n, \mathbf{R}) |\ \ p(A) = 0\}$.
i) Sia $p(x) = x^2 + 2x + 3$. Dire se S_p è un sottospazio vettoriale di $M(n \times n, \mathbf{R})$.
ii) Dire se $Z := \{p \in \mathbf{R}_2[x] |\ S_p\ \ sottospazio\ \ vett.\ \ di\ \ M(n \times n, \mathbf{R})\}$. è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}_2[x]$