Primo Preliminare di Matematica

Prof. Gloria Papi - Corso B

A.A. 2003/2004 - 13 novembre 2003

Compito N. 1

Esercizio 1. Considerata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x^{1/3} + 1 & \text{se } -3 < x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ ||x-1| - 2| & \text{se } x > 0\,, \end{cases}$$

a) disegnarne il grafico,

b) determinarne il dominio e l'immagine,

c) determinare i punti di massimo e di minimo assoluti (se ve ne sono).

Esercizio 2. Determinare il dominio della funzione seguente:

$$f(x) = \sqrt{\log x - \sqrt{\log \sqrt[4]{x^{11}} + \frac{3}{4}}}$$

Esercizio 3. Calcolare il limite seguente giustificando il risultato:

$$\lim_{n \to +\infty} \left((-1)^n n! + n^n \right)$$

Esercizio 4. Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} |x| \sin x & \text{se } x \leq 0 \\ \\ \dfrac{\sin x}{\sqrt{x \log(1+x)}} & \text{se } x > 0\,, \end{cases}$$

studiarne la continuità in 0.

Primo Preliminare di Matematica

Prof. Gloria Papi - Corso B

A.A. 2003/2004 - 13 novembre 2003

Compito N. 2

Esercizio 1. Considerata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} |\log|x|| & \text{se } x < 0 \\ -(x-1)^4 & \text{se } 0 \le x < 2\,, \end{cases}$$

a) disegnarne il grafico,

b) determinarne il dominio e l'immagine,

c) determinare i punti di massimo e di minimo assoluti (se ve ne sono).

Esercizio 2. Determinare il dominio della funzione seguente:

$$f(x) = \sqrt{\log x - \sqrt{\log \frac{1}{\sqrt[5]{x^2}} + \frac{3}{5}}}$$

Esercizio 3. Calcolare il limite seguente giustificando il risultato:

$$\lim_{n\to+\infty} \left((-1)^n \log n + \frac{5}{2} \sqrt[1000]{n} \right)$$

Esercizio 4. Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} e^x - \cos^2 x & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{e^x - 1}{\log(1+\sqrt{x})} & \text{se } x > 0\,, \end{cases}$$

studiarne la continuità in 0.

Primo Preliminare di Matematica

Prof. Gloria Papi - Corso B

A.A. 2003/2004 - 13 novembre 2003

Compito N. 3

Esercizio 1. Considerata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \cos\frac{x}{2} & \text{se } -2\pi < x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \left|x^{1/3} - 1\right| & \text{se } x > 0\,, \end{cases}$$

a) disegnarne il grafico,

b) determinarne il dominio e l'immagine,

c) determinare i punti di massimo e di minimo assoluti (se ve ne sono).

Esercizio 2. Determinare il dominio della funzione seguente:

$$f(x) = \sqrt{\log x - \sqrt{\log\frac{1}{\sqrt[6]{x^{13}}} + \frac{5}{6}}}$$

Esercizio 3. Calcolare il limite seguente giustificando il risultato:

$$\lim_{n\to+\infty}\left((-1)^n n^{500} + 3(\sqrt{2})^n\right)$$

Esercizio 4. Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (\log\sqrt{\cos x})\sin\dfrac{1}{x} & \text{se } -\frac{\pi}{2} < x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{1}{x}\log\sqrt{\sin x} & \text{se } 0 < x < \frac{\pi}{2}\,, \end{cases}$$

studiarne la continuità in 0.

Primo Preliminare di Matematica

Prof. Gloria Papi - Corso B

A.A. 2003/2004 - 13 novembre 2003

Compito N. 4

Esercizio 1. Considerata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \log_4(x+2) & \text{se } -1 < x < 0 \\ e^{|x-1|} & \text{se } x \geq 0\,, \end{cases}$$

a) disegnarne il grafico,

b) determinarne il dominio e l'immagine,

c) determinare i punti di massimo e di minimo assoluti (se ve ne sono).

Esercizio 2. Determinare il dominio della funzione seguente:

$$f(x) = \sqrt{\log x - \sqrt{\log \sqrt[6]{x} + \frac{1}{6}}}$$

Esercizio 3. Calcolare il limite seguente giustificando il risultato:

$$\lim_{n\to+\infty} \left((-1)^n \pi^n + \frac{1}{2} n! \right)$$

Esercizio 4. Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{1 - e^{2x}} & \text{se } x < 0 \\ -1 & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{e-1}{e^{\sin x} - e^{\cos^2 x}} & \text{se } x > 0\,, \end{cases}$$

studiarne la continuità in 0.

Primo Preliminare di Matematica

Prof. Gloria Papi - Corso B

A.A. 2003/2004 - 13 novembre 2003

Compito N. 5

Esercizio 1. Considerata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -\tan x & \text{se } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \\ -\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + 1 & \text{se } x \geq \frac{\pi}{2}\,, \end{cases}$$

a) disegnarne il grafico,

b) determinarne il dominio e l'immagine,

c) determinare i punti di massimo e di minimo assoluti (se ve ne sono).

Esercizio 2. Determinare il dominio della funzione seguente:

$$f(x) = \sqrt{\log \frac{1}{x} - \sqrt{\log \frac{1}{x^3} + 10}}$$

Esercizio 3. Calcolare il limite seguente giustificando il risultato:

$$\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{2}{3} \sqrt[3]{n^5} + (-1)^n \sqrt{n} \right)$$

Esercizio 4. Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (e^x - 1) \sin \dfrac{1}{x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{\log(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} - x^2} & \text{se } 0 < x < 1\,, \end{cases}$$

studiarne la continuità in 0.

Primo Preliminare di Matematica

Prof. Gloria Papi - Corso B

A.A. 2003/2004 - 13 novembre 2003

Compito N. 6

Esercizio 1. Considerata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} |2^x - 1| & \text{se } x < -1 \\ 0 & \text{se } x = -1 \\ \dfrac{1}{2x+1} & \text{se } -1 < x < 2 \end{cases}$$

a) disegnarne il grafico,

b) determinarne il dominio e l'immagine,

c) determinare i punti di massimo e di minimo assoluti (se ve ne sono).

Esercizio 2. Determinare il dominio della funzione seguente:

$$f(x) = \sqrt{\log \frac{1}{x} - \sqrt{\log \frac{1}{x^2} + 3}}$$

Esercizio 3. Calcolare il limite seguente giustificando il risultato:

$$\lim_{n \to +\infty} \left((-1)^n \left(\frac{3}{2}\right)^n + 2^n \right)$$

Esercizio 4. Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} e^{x^2} - e^{\sin x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{e^{x^2} - 1}{\sqrt{x}} & \text{se } x > 0\,, \end{cases}$$

studiarne la continuità in 0.

Primo Preliminare di Matematica

Prof. Gloria Papi - Corso B

A.A. 2003/2004 - 13 novembre 2003

Compito N. 7

Esercizio 1.

$$f(x) = \begin{cases} e^x - \dfrac{\pi}{2} & \text{se } x \leq 0 \\ \left|\dfrac{1}{x} - \dfrac{\pi}{2}\right| & \text{se } x > 0\,, \end{cases}$$

a) disegnarne il grafico,

b) determinarne il dominio e l'immagine,

c) determinare i punti di massimo e di minimo assoluti (se ve ne sono).

Esercizio 2. Determinare il dominio della funzione seguente:

$$f(x) = \sqrt{\log x - \sqrt{\log \sqrt[4]{x} + \frac{1}{8}}}$$

Esercizio 3. Calcolare il limite seguente giustificando il risultato:

$$\lim_{n \to +\infty} \left(\log n^6 + (-1)^n \sqrt{\log n} \right)$$

Esercizio 4. Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(1+2x)}{\sqrt{-\sin x}} & \text{se } -\frac{\pi}{4} < x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ e^{-2/x^2} & \text{se } x > 0\,, \end{cases}$$

studiarne la continuità in 0.

Primo Preliminare di Matematica

Prof. Gloria Papi - Corso B

A.A. 2003/2004 - 13 novembre 2003

Compito N. 8

Esercizio 1. Considerata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -|x-1| & \text{se } -2 \le x < 1 \\ 1 & \text{se } x = 1 \\ -2\sin(x-1) & \text{se } 1 < x < \pi + 1\,, \end{cases}$$

a) disegnarne il grafico,

b) determinarne il dominio e l'immagine,

c) determinare i punti di massimo e di minimo assoluti (se ve ne sono).

Esercizio 2. Determinare il dominio della funzione seguente:

$$f(x) = \sqrt{\log x - \sqrt{\log \sqrt[6]{x^5} + 1}}$$

Esercizio 3. Calcolare il limite seguente giustificando il risultato:

$$\lim_{n\to+\infty} \left((-1)^n (\sqrt{3})^n + \pi^n \right)$$

Esercizio 4. Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{-\cos(2x)+1}{\sin x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ (e^x - e^{\sin x})\cos\frac{1}{x} & \text{se } x > 0\,, \end{cases}$$

studiarne la continuità in 0.