

## Prova scritta di Matematica 2

Prof. Gloria Papi - Corso B  
A.A. 2002/2003 - 26 Settembre 2003

### Compito N. 1

**Esercizio 1.** Si consideri la funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria  $X$

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < -\log 2 \\ \frac{1}{2}e^x, & \text{se } -\log 2 \leq x \leq 0 \\ \frac{1}{2}(x+1), & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Determinare la funzione di distribuzione della variabile aleatoria  $X$ .

**Esercizio 2.** Si consideri il sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' = ky \\ y' = x + y. \end{cases}$$

- (a) Per ogni  $k \in \mathbb{R}$  determinare le soluzioni stazionarie.
- (b) Determinare le soluzioni non stazionarie del sistema ponendo  $k = -1$ .

**Esercizio 3.** Si lancia per 5 volte una moneta truccata (la probabilità che esca testa è  $\frac{1}{3}$ ). Si considerino gli eventi

$$A = \text{“escono esattamente 3 teste”}, \quad B = \text{“nel primo lancio esce testa”}.$$

- (a) Calcolare  $P(A)$  e  $P(B)$ .
- (b) Determinare la probabilità che si verifichi  $A$ , sapendo che si è verificato  $B$ .

**Esercizio 4.** Risolvere il problema di Cauchy

$$y' = -xy + (-x+1)e^x y^2, \quad y(0) = 2.$$