

Prova scritta di Matematica II

Prof. Gloria Papi

A.A. 2001/2002 - 10 Settembre 2002

Compito N. 1

Esercizio 1. Due popolazioni si evolvono secondo il modello

$$\begin{cases} x' = (4 - \alpha)x - 2y \\ y' = 3\alpha x - 2y. \end{cases}$$

- (i) Dire per quali valori reali di α il modello è di competizione, per quali è di cooperazione e per quali è di tipo preda-predatore (specificando qual è la popolazione preda).
- (ii) Posto $\alpha = 4$, risolvere il sistema e studiare la stabilità della soluzione stazionaria.

Esercizio 2. Determinare, se esistono, le soluzioni stazionarie dell'equazione differenziale

$$y' = e^{-2x}x(2y - 1)^2$$

Di tale equazione determinare poi, se esiste, la soluzione tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$.

Esercizio 3. In una data specie il peso è distribuito normalmente con media μ incognita e varianza 25 Kg. Determinare l'ampiezza n del campionamento in maniera che $|\bar{x}_n - \mu| < 1$ con probabilità 0,99, dove \bar{x}_n è la media campionaria.

Esercizio 4. Luca partecipa a un torneo di scacchi dove giocherà 4 partite. A ogni partita si estrae a sorte con una moneta truccata (la probabilità che venga testa è $\frac{1}{3}$) chi gioca coi pezzi bianchi e chi coi neri: se esce testa Luca gioca coi pezzi bianchi, se esce croce gioca coi neri.

- (i) Qual è la probabilità che Luca giochi almeno una partita del torneo coi neri?
- (ii) Luca sa che se gioca coi bianchi ha il 20% di probabilità di perdere e il 50% di pattare, mentre coi neri ha il 50% di probabilità di perdere e il 40% di pattare. Egli vince le prime due partite del torneo. Qual è la probabilità che le abbia giocate entrambe coi neri?