Prova scritta di Matematica II

Prof. Gloria Papi

A.A. 2002/2003 - 20 Gennaio 2003

Compito N. 1

Esercizio 1. Si consideri l'equazione differenziale

$$e^y y' = \frac{\pi}{2}\frac{e^{2y}+1}{(1+x)^3} \qquad \text{con } x \geq 0\,.$$

(a) Determinarne tutte le soluzioni.

(b) Sia $\overline{y}$ la soluzione tale che $\lim_{x\to+\infty} \overline{y}(x) = +\infty$. Determinare $\overline{y}(0)$.

Esercizio 2. Sia X la variabile aleatoria che misura la presenza di una certa sostanza in un farmaco. X ha distribuzione normale con media 0.5 e varianza 0.04. Determinare la probabilità che la media campionaria misurata su 36 confezioni sia compresa tra 0.51 e 0.53.

Esercizio 3. Sia X una variabile aleatoria continua tale che la probabilità che X assuma valori compresi tra $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$ sia del 50%. Supponendo inoltre che la probabilità che X assuma valori minori a $\frac{1}{4}$, con la condizione $X < \frac{1}{2}$, sia del 20%, determinare $P(X < \frac{1}{4})$,

Esercizio 4. Si consideri il sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' = 3x + 6y \\ y' = 2x + y \end{cases}$$

(a) Determinare le eventuali soluzioni stazionarie del sistema e studiarne la stabilità.

(b) Determinare tutte le soluzioni del sistema.