Prova scritta di Matematica II

Prof. Gloria Papi

A.A. 2002/2003 - 20 Febbraio 2003

Compito N. 1

Esercizio 1. Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = 4x + xy^2 .$$

(a) Determinarne le soluzioni stazionarie.

(b) Risolvere l'equazione con la condizione iniziale $y(1) = 0$.

Esercizio 2. Sia X la variabile aleatoria con funzione di densità

$$f_X(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{se } x \leq -1 \\ 1\,, & \text{se } -1 < x < 0 \\ 0\,, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

(a) Determinare la funzione di distribuzione di X.

(b) Determinare la funzione di distribuzione della variabile aleatoria $Y = |X|$.

Esercizio 3. Si consideri il sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' = -x + y \\ y' = -13x + 4y \end{cases}$$

(a) Dire se il sistema rientra nei modelli di cooperazione, di competizione o di preda-predatore (in tal caso specificare qual è la popolazione preda).

(b) Risolvere il sistema.

Esercizio 4. Sia X la variabile aleatoria che misura la pressione atmosferica in un certo luogo. X ha distribuzione normale con media 1010 e deviazione standard 20. Determinare la probabilità che la media campionaria su 100 misurazioni sia compresa tra 1012 e 1014.