Prova scritta di Matematica II

Prof. Gloria Papi

A.A. 2001/2002 - 24 Settembre 2002

Compito N. 1

Esercizio 1. La crescita di una popolazione isolata $Y(t)$ è regolata da una equazione logistica del tipo $Y' = qY - mY^2$. Si sa che $Y(t) = 20$ è una soluzione stazionaria e che il tasso di crescita in assenza di influenze ambientali (cioè q) è pari a $\frac{1}{4}$. Sapendo che al tempo $t = 0$ la popolazione conta 22 individui, determinare $Y(t)$ per $t > 0$.

Esercizio 2. Risolvere l'equazione differenziale

$$y' = 2yx \sin x + y^2 x \sin x$$

con la condizione iniziale $y(0) = 2$. Individuare poi le soluzioni stazionarie dell'equazione.

Esercizio 3. Data una moneta, sia X la variabile aleatoria che conta il numero delle teste dopo 5 lanci. Sia F_X la funzione di distribuzione di X. Sapendo che $F_X(4) = \frac{242}{243}$ calcolare la probabilità di avere testa facendo un solo lancio.

Esercizio 4. Si lancia una moneta perfetta per 4 volte e si considerano i seguenti eventi:

$A = \{$non si ottiene testa all'ultimo lancio $\}$

$B = \{$non si ottiene più di una croce $\}$.

(i) Dire se i due eventi sono indipendenti.

(ii) Se la moneta è truccata (la probabilità di avere testa è $\frac{1}{3}$) i due eventi sono indipendenti?