# Matematica II

Prof. Gloria Papi

A.A. 2001/2002 - 28 Gennaio 2002

**Esercizio 1.** Una popolazione di batteri si evolve secondo la legge

$$a_{n+2} - \frac{1}{9}a_n = \frac{8}{9}\alpha n;$$
$$a_0 = 602; a_1 = 200.$$

1. Determinare $a_n$ al variare di $\alpha$.
2. Determinare $\alpha$ in modo tale che la popolazione si estingua in tempo infinito.

**Esercizio 2.** Il diametro medio interno di un campione di 200 rondelle prodotte da una macchina è $0.502\,cm$, mentre la deviazione standard è $0.005\,cm$ La funzione a cui sono destinate queste rondelle permette che i limiti massimi di tolleranza per i diametri interni vadano da $0.496\,cm$ a $0.508\,cm$. Qualora si esca da tali limiti, le rondelle sono considerate difettose.

Determinare la percentuale di rondelle difettose prodotta dalla macchina, assumendo che i diametri siano distribuiti normalmente.

**Esercizio 3.** Dall'esame dei campioni di acqua minerale si ottengono i seguenti dati che misurano (in milligrammi per litro) il contenuto di sodio:

$$4.48,\ \ 4.25,\ \ 4.30,\ \ 4.35,\ \ 4.37,\ \ 4.29$$

Assumendo una distribuzione normale dei risultati delle analisi calcolare l'intervallo di confidenza al 95% per il contenuto medio.

**Esercizio 4.** Consideriamo il modello lineare di interazione fra due specie:

$$\begin{cases} x' = -x + 2y \\ y' = x - 2y\,. \end{cases}$$

con condizioni iniziali $x(0) = 1$, $y(0) = 1$.

- Classificare il tipo di interazione (competizione, cooperazione, preda-predatore).
- Determinare le soluzioni stazionarie e rappresentarle nel piano delle fasi.
- Determinare la soluzione del problema assegnato e studiarne il comportamento per $t \to +\infty$.