Matematica II

Prof. Gloria Papi

A.A. 2000/2001 - 19 Settembre 2001

Compito N. 1

Esercizio 1. Si consideri al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il sistema lineare

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -4x - \alpha y \,. \end{cases}$$

- Determinare i punti stazionari e studiarne la stabilità al variare del parametro α.
- Posto $\alpha = 5$ determinare la soluzione che soddisfa le condizioni iniziali

$$x(0) = 1, \qquad y(0) = 1.$$

Esercizio 2. Una specie di insetti si evolve secondo un modello di crescita Malthusiana

$$x' = rx \,,$$

dove $x = x(t)$ rappresenta il numero degli insetti al tempo t, ed r è il tasso costante di crescita.
Al tempo di osservazione $t_0 = 0$, il numero di insetti rilevati è di 10.000 ed la tempo $t_1 = 4$ il numero di insetti è 100.000.

Qual è il valore di t per cui la popolazione ha triplicato il numero iniziale dei suoi individui?

Esercizio 3. La durata in ore di una lampadina è una variabile aleatoria X la cui funzione densità di probabilità è data da

$$f(x) = \begin{cases} 0 \text{ se } x < 0, \\ \frac{1}{20}\, \mathrm{e}^{-\frac{1}{20}x} \text{ se } x \geq 0. \end{cases}$$

- Determinare la durata media della lampadina.
- Calcolare la probabilità che la lampadina duri più di 2 giorni sapendo che è già durata 12 ore.

Esercizio 4. Matteo lancia in aria una moneta per 2 volte e Luca lancia in aria una moneta per 4 volte. Sapendo che le monete non sono truccate, determinare la probabilità p che Matteo e Luca ottengano lo stesso numero di teste.