

ISTITUTO COMPRENSIVO DI CASALGUIDI
SCUOLA MEDIA “ E. FERMI”
A.S. 2007-2008

Il figurando

*QUANDO LA MATEMATICA
DIVENTA*

GIOCO

CLASSE IIA
Insegnante Fossi Daniela
ISTITUTO COMPRENSIVO DI CASALGUIDI
SCUOLA MEDIA “ E. FERMI”

A.S. 2007-2008

IL FIGURANDO

CLASSE IIA

Insegnante Fossi Daniela

Nell'anno scolastico 2007-2008, nell'affrontare il concetto e il calcolo delle aree nel grande argomento della geometria, è stato introdotto il gioco matematico **Figurando**. Questa attività si presta bene a sviluppare il pensiero creativo e l'immaginazione geometrica degli alunni, nonché la loro capacità di astrazione e modellizzazione del mondo dei numeri e delle forme. Si è dimostrato inoltre un utile strumento per saggiare ulteriormente la padronanza di comporre e scomporre figure geometriche ed affrontare problemi geometrici come l'equivalenza delle figure e l'isoperimetria e la similitudine.

L'esperienza è stata avviata a novembre nella stessa classe, ora seconda media, che l'anno precedente è stata coinvolta nel "Numerando" e, come l'anno precedente, continuata nell'arco del secondo quadrimestre.

Visto il successo riscosso dal Numerando nello scorso anno, sia come impatto con la didattica che con gli alunni, per la realizzazione del Figurando ho pensato non solo di farlo parte integrante del curriculum didattico ma inserirlo a pieno titolo come strumento principale per l'insegnamento della Geometria e in seguito, come vedremo, anche dell'Aritmetica.

Il **Figurando** ha apportato un sicuro aiuto nella ricerca di un metodo generale di lavoro in classe, basato sulla operatività, sulla procedura per problemi e sull'impegno in prima persona degli allievi. L'attesa, da parte degli alunni, di un gioco da eseguire in classe al pari del Numerando e, da parte mia, la voglia di vivacizzare ed arricchire di significato le normali attività del curriculum di geometria apportando in più il divertimento e la gratificazione del gioco, sono stati decisivi per la scelta e l'evoluzione dell'esperienza.

All'inizio non sapevamo quale sarebbe stata lo sviluppo e la fisionomia definitiva di questo gioco; abbiamo iniziato con qualche cartoncino per spiegarci le aree dei poligoni e proceduto nello sviluppo di fasi evolutive metamorfiche per tutto l'anno, durante il quale è stata determinante la partecipazione attiva degli alunni . Al momento il nostro Figurando è a buon livello: l'insostituibile sfida finale, già in atto, è ancora in fase di rodaggio e necessita di una messa a punto. Sarà una buona partenza per continuare, all'inizio dell'anno prossimo, lo studio della simmetria, magari con l'utilizzo del computer che conferisce al gioco una maggiore valenza didattica

Non sono richiesti particolari prerequisiti, se non la conoscenza delle principali forme geometriche, del concetto di perimetro e area.

Obiettivi dell'esperienza

- Raffigurare con forme geometriche
- Operare con figure piane
- Riconoscere le figure geometriche piane, anche se diversamente orientate nel piano
- Eseguire algoritmi per il calcolo delle aree di figure piane
- Confrontare superfici
- Sperimentare fenomeni di conservazione delle superfici
- Riconoscere e applicare i concetti di equiestensione, equicomposizione e isoperimetria di figure piane
- Dimostrare il Teorema di Pitagora
- Eseguire traslazioni, rotazioni e ribaltamenti
- Realizzare composizioni di isometrie
- Conoscere e realizzare figure simili

La metamorfosi

Fase 1 I quadrati magici e il corredino

Sono stati ritagliati quadrati uguali di 8 cm di lato, di cartoncino di diverso colore e ritagliati in modo diverso: il primo quadrato, rosso, lasciato intero; il secondo, celeste, tagliato lungo una diagonale, il terzo, giallo, tagliato lungo le due diagonali in modo da ottenere triangoli sottomultipli del quadrato. In un secondo momento abbiamo aggiunto anche un rettangolo verde, con il lato più corto congruente con il lato del quadrato, tagliato lungo le diagonali in modo da avere triangoli diversi da quelli gialli anche se sempre isosceli. Abbiamo approntato così per ciascun alunno, una busta da lettere con il proprio corredino di figure: 1 quadrato rosso, 4 triangoli celesti (metà del quadrato) e 8 gialli (un quarto del quadrato), 8 triangoli verdi.

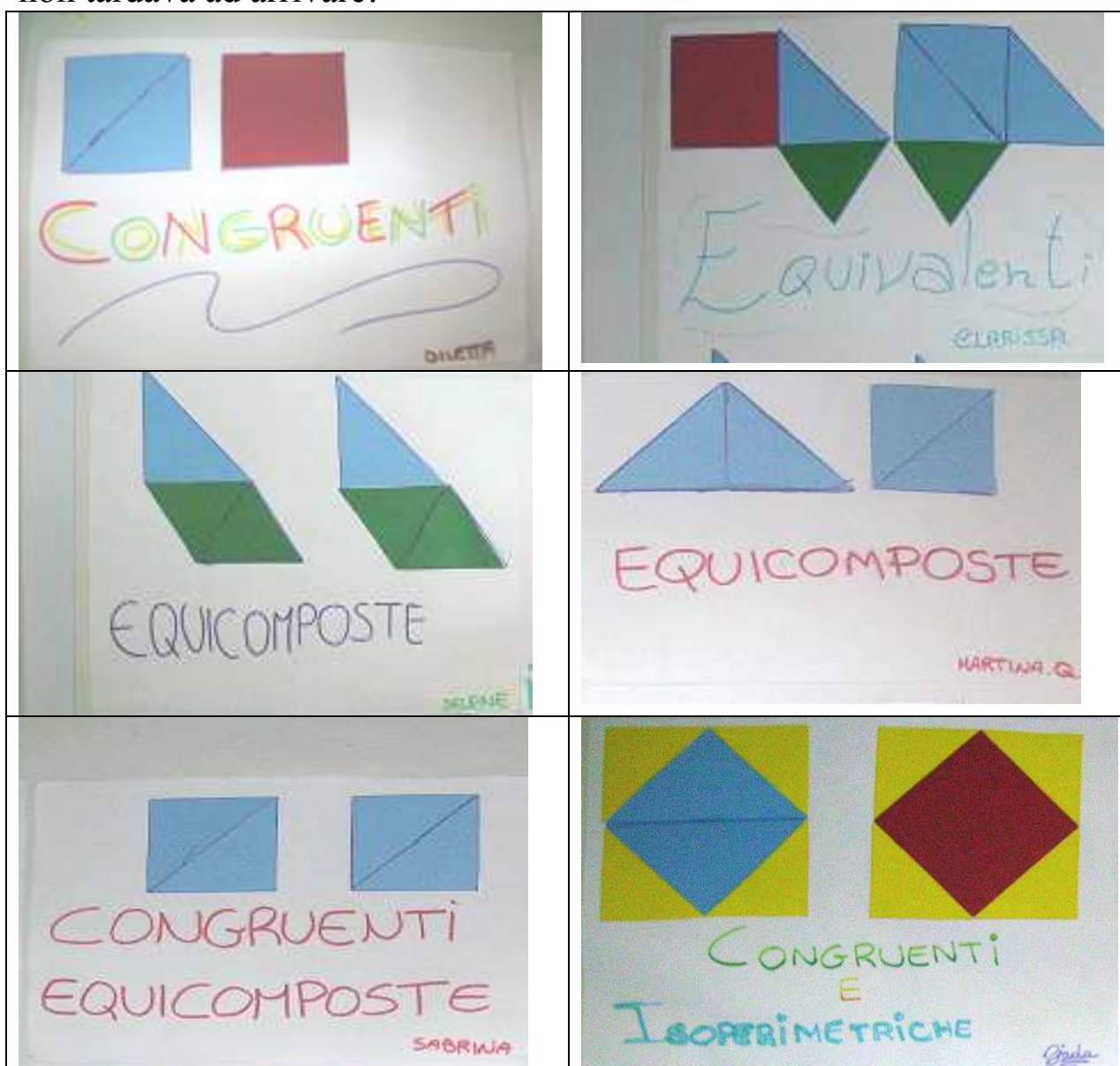


Inizialmente agli alunni non è stata richiesta alcuna prestazione e come per magia le figure hanno iniziato a ruotare sotto le loro dita trasformandosi nei poligoni più strani e colorati presi com'erano dal voler fare comunque un

gioco con queste figurine. Sollecitati dall'insegnante ad osservare quello che avevano davanti, confrontavano il proprio lavoro con quello del compagno accanto e poi con tutti gli altri per cogliere le analogie e le differenze.

Ben presto si sono resi conto della potenza che avevano a disposizione: con queste figure potevano comporre i vari poligoni e verificare subito le formule per il calcolo delle aree, studiare e sperimentare il concetto di congruenza, equiestensione, equicomposizione e isoperimetria. Il compito dell'insegnante non è stato quello di fare la classica spiegazione in classe, che sicuramente avrebbe richiesto più tempo ma di dare il giusto peso a quello che facevano e dare un nome alle cose che via via scoprivano con il piccolo laboratorio che avevano fra le mani.

Infine, arrivava la richiesta di costruire due particolari figure e il risultato non tardava ad arrivare!





Fase2 Il dettato di figure

Una tappa dell'evoluzione di questo gioco è stata proprio questa il dettato di figure composte.

I banditori (un componente di ogni gruppo) escono dall'aula e insieme costruiscono una figura bersaglio con le figurine colorate; tenendola fuori per non farla vedere agli altri, ciascun banditore descrive la figura al proprio gruppo e vince il gruppo che riesce a ricostruire la figura bersaglio correttamente con i pezzi colorati.



Durante lo svolgimento del ‘gioco’ si è notato un graduale potenziamento, soprattutto negli alunni più deboli, della capacità di definire gli oggetti in numero o tipo oltre alla definizione della loro posizione relativa su un piano e del loro orientamento, delle caratteristiche geometriche e componenti. Per poter descrivere la figura complessa che si ha in mente o capire la descrizione fatta dal ‘banditore’, si è dovuto riconoscere l’utilità di una terminologia specifica, adottarla e assimilarla per poter essere più rapidi e precisi nel raggiungere il risultato. Alcuni termini generici tipo ‘di là’, ‘lato’, ‘ruota’, si sono evoluti in ‘a sinistra’, ‘lato maggiore’, ‘ruota di 90 gradi in senso orario’.

La tipologia del ‘gioco’ ha inoltre stimolato la capacità di creare mentalmente una figura e di modificarla mentalmente prima di poterla disegnare.

VOGLIA DI NUMERANDO

Durante lo svolgimento del programma, in prossimità del Teorema di Pitagora, ho colto letteralmente la palla al balzo quando la Diletta esclama: “È tanto che non giochiamo al numerando”

E così per accontentarli abbiamo fatto un Numerando un po’ speciale in cui il numero bersaglio e le cifre da usare erano quelli di una terna pitagorica e le operazioni da usare l’addizione oppure la sottrazione, l’elevamento alla seconda potenza e la radice quadrata. Naturalmente loro non conoscevano l’argomento e neanche io sapevo in quali meandri mi sarei andata a cacciare, pur avendo chiaro l’obiettivo: il teorema di Pitagora.

Alla notizia subito si sono subito organizzati i gruppi e appena dati i numeri sentivo il tipico “brusio” del calcolo. Dopo cinque minuti ecco fatto raggiunto il bersaglio

I cinque gruppi di alunni hanno fornito le seguenti soluzioni

VERDI $(12)^2 = 144$ $(5)^2 = 25$ $144 + 25 = 169$	ARANCIONI $(12)^2 = 144$ $(5)^2 = 25$ $144 + 25 = 169$	BLU $(12)^2 + (5)^2 =$ $144 + 25 = 169$
VIOLA $(12)^2 = 144$ $(5)^2 = 25$ $144 + 25 = 169$	GIALLI $(12)^2 = 144$ $(5)^2 = 25$ $144 + 25 = 169$	

Numero bersaglio: 169
 Cifre: 1, 2, 5
 operazione
 + e $()^2$

Dopo alcune manches il procedimento si è fatto più disinvolto:

Diagram illustrating the progression of the 144 puzzle for various colors:

- Numero bersaglio: 144**
Cifre: **1, 3, 5**
operazione: $-$ e $\sqrt[2]{}$
- ARANCIONI**
 $155 - 11 = 144$
- VIOLA**
 $155 - 11 = 144$
- GIALLI**
 $513 - 351 = 216$
 $216 - 35 = 181$
 $181 - 35 = 146$
 $146 - 1 = 145$
 $145 - 1 = 144$
- BLU**
 $531 - 351 = 180$
 $180 - 35 = 145$
 $145 - 1 = 144$
- VERDI**
 $513 - 351 = 162$
 $162 - (15 + 3) = 144$

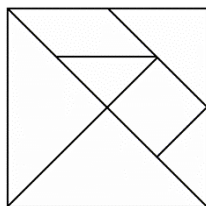
L'insegnante si vede costretta a limitare il numero delle operazioni per poter arrivare allo scopo: le terne pitagoriche

Diagram illustrating the progression of the 400 puzzle using Pythagorean triples:

- VERDI**
 $(12)^2 + (16)^2 = 256 + 144 = 400$
- ARANCIONI**
 $(16)^2 + (12)^2 = 256 + 144 = 400$
- BLU**
 $(16)^2 = 256$
 $256 + 12^2 = 400$
- VIOLA**
 $(16)^2 + (12)^2 = 256 + 144 = 400$
- GIALLI**
 $(12)^2 + (16)^2 = 144 + 256 = 400$
- Numero bersaglio: 400**
Cifre: **1, 2, 6**
operazione: $+$ 1 volta e $()^2$ 2 volte

Ben presto si sentono sicuri del risultato e non sbagliano più, anzi arrivano a scrivere le terne per intero e scoprono l'arcano. Per far notare che l'operazione di elevamento alla seconda potenza è come calcolare l'area di un quadrato, l'insegnante rievoca l'altro modo di dire: "il quadrato di un numero"!! Compito dell'insegnante sarà solo quello di nominarle: TERNE PITAGORICHE!

Da lì al Teorema di Pitagora è stata una corsa in discesa!



Fase3

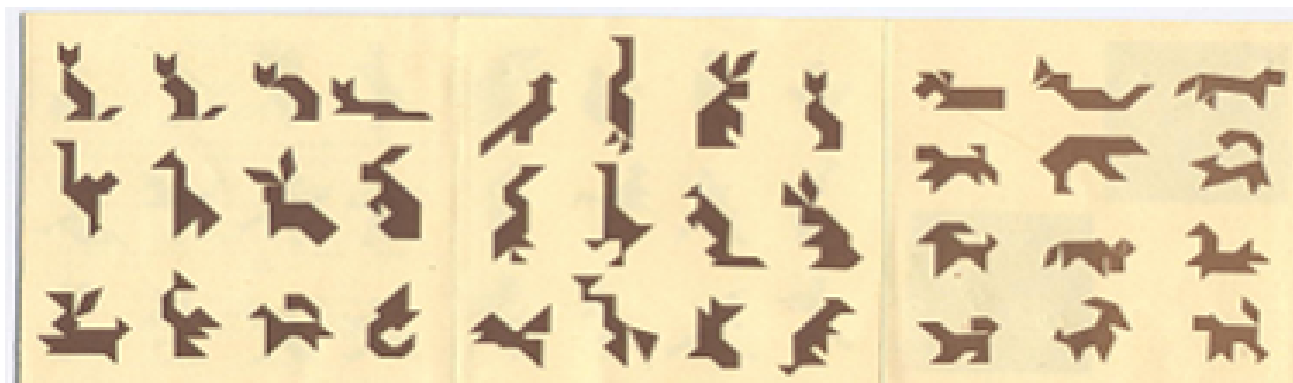
Il tangram e le figure

In prospettiva di arrivare ad un gioco più articolato con regole ben precise siamo passati attraverso un gioco ponte che aveva cioè le caratteristiche del gioco precedente ma con una geometria precisa ma soprattutto un regolamento col quale doversi cimentare.

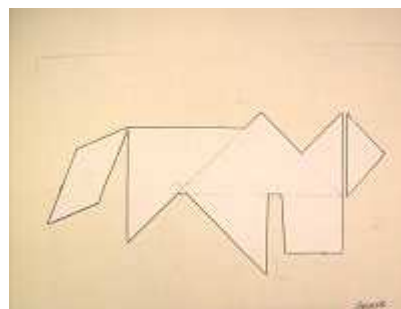
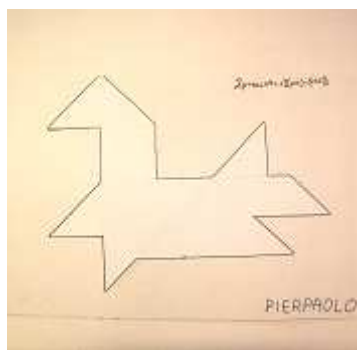
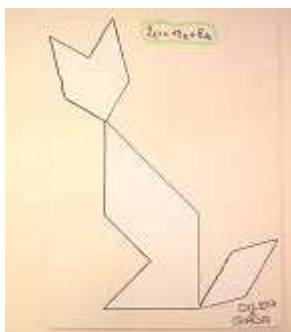
Il tangram è stato disegnato su carta a quadretti, successivamente colorata, incollata su cartone e ritagliata per rendere più agibile il gioco.

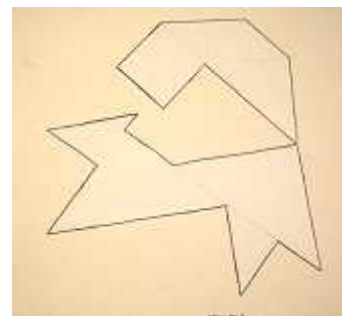
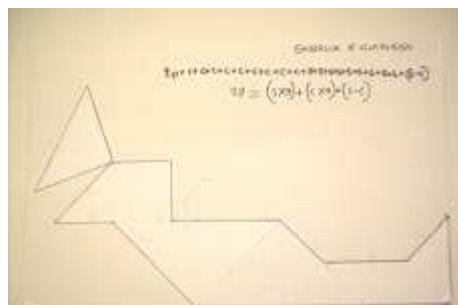
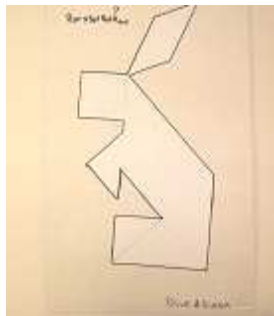
Dopo averlo tagliato, subito gli alunni si sono provati a riunire tutti i pezzi del tangram (tan) per ricomporre il quadrato che lo ha generato rendendosi conto della difficoltà ma con mio stupore ci sono riusciti velocemente.

Ma lo stupore non sarebbe finito neanche quando in seguito, avendo a disposizione un discreto numero di figure classiche del tangram non segmentate, ho proposto loro di ricostruirle guardando le fotocopie ingrandite: “tanto sono simili”, hanno esclamato!!!!



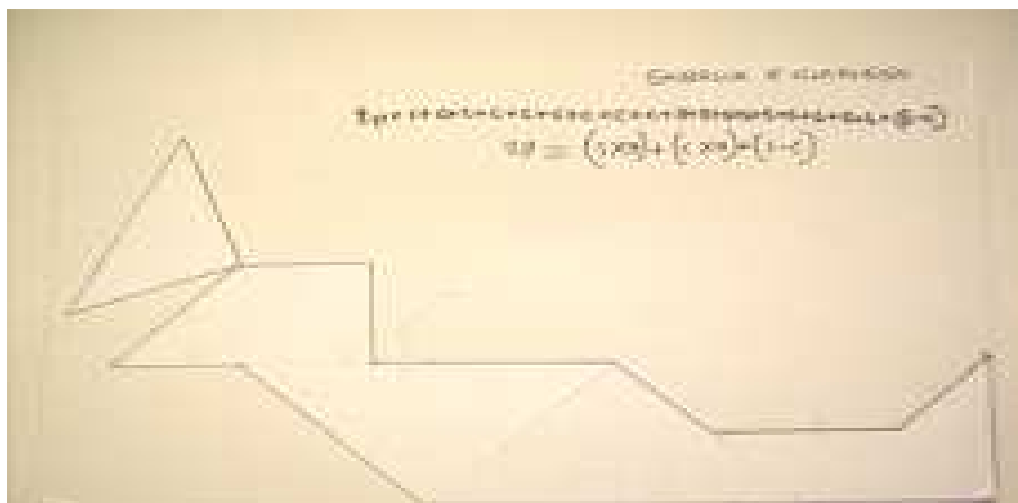
Pensavo, sinceramente che sarebbe stato troppo difficile per loro o perlomeno presto!!!!!! Invece è stata una festa!





Davanti a queste figure, alla domanda dell'insegnante "come sono queste figure dal punto di vista dell'area?", la risposta unanime "equivalenti" e anche "equicomposte" non è tardata ad arrivare; ma alla domanda "sono isoperimetriche?" è sorto un "chissà !".

Per risolvere questo arcano è bastata un'osservazione dell'insegnante: ma esisterà una figura base di tutti i tan, cioè un sottomultiplo comune a tutti i pezzi del tangram? La risposta è arrivata puntuale: SÌ, IL TRIANGOLINO PICCOLO! E se diamo ai lati di questo triangolo un valore simbolico per es: c per il cateto e s per l'ipotenusa, potremmo calcolare il perimetro delle figure? Da qui al calcolo letterale il passo è stato breve! Sono arrivati fino a tanto ed hanno facilmente usato la parola GENERALIZZAZIONE!



Fase 4 **La fase gialla**

“Però sarebbe bello fare il numerando con le figure!”

Questa frase che risuona nell'aula, dà inizio ad una fase evolutiva successiva a quella del tangram.

Visto che col tangram possono essere costruite molte figure fra le quali quelle geometriche classiche, ho visto in questo gioco la possibilità della gara fra squadre, per accendere così la competizione e la motivazione a partecipare.

Preparazione. Abbiamo preparato una serie di cartellini gialli contenenti il nome di 7 figure geometriche: quadrato, parallelogramma, pentagono convesso irregolare, rettangolo, trapezio isoscele, esagono convesso non regolare, triangolo isoscele. Quindi ne viene estratto uno ed i ragazzi devono ricostruire la figura (bersaglio) estratta col tangram.

Lo scopo del gioco: è quello di arrivare, nel tempo stabilito di 10 minuti, più vicino possibile alla figura bersaglio. Allo scadere del tempo un alunno di ogni gruppo mostra la figura appoggiata sopra un vassoio-cartoncino.

Regolamento:

- usare solo un tangram
- i tan si devono usare accostando i lati
- si può usare un numero di tan a piacere

Assegnazione del punteggio

- 5 punti per chi centra il bersaglio
- 1 punto per ogni tan utilizzato, nel caso ovviamente che la figura sia corretta. Utilizzando quindi tutti e 7 i tan si totalizzano 7 punti
- 2 punti per chi esegue su carta a quadretti il disegno congruente alla figura
- 2 punti per chi esegue su carta bianca il disegno congruente alla figura
- un bonus di 3 punti per chi ne calcola il perimetro
- un bonus di 3 punti per chi ne calcola l'area

Un esempio

Viene estratto per primo il trapezio isoscele e in due minuti tutti hanno centrato il bersaglio e poi continuato a lavorare per calcolarne il perimetro e l'area e fare i disegni.



In altre manches si rendono conto che si possono fare le stesse figure anche con un numero ridotto di tan pur mantenendo la stessa forma.

Purtroppo dopo poco il gioco perde di interesse, i ragazzi si distraggono, non sono abbastanza attratti perché non c'è competizione sufficiente, il gioco è troppo facile.

La loro decisione di apportare cambiamenti come non calcolare il perimetro e l'area e fare i disegni, il poter utilizzare tre tangram insieme, risultano inefficaci.

Ma cosa succede? In cosa consiste questa monotonia?

Finalmente la lampadina si accende: gli angoli sono tutti uguali, di 45° e multipli e i triangoli sono tutti isosceli! L'angolo di 30° e quello di 60° avrebbero potuto movimentare il gioco.

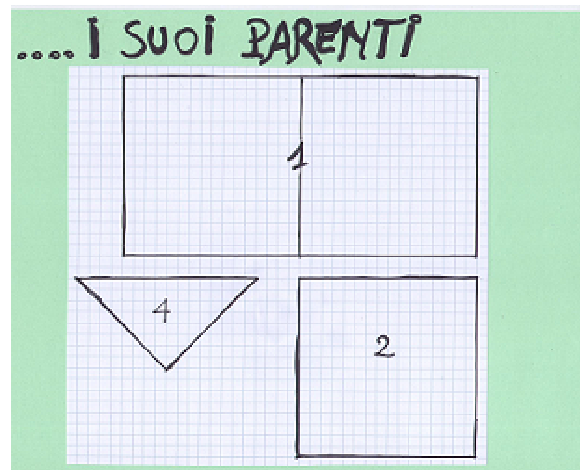
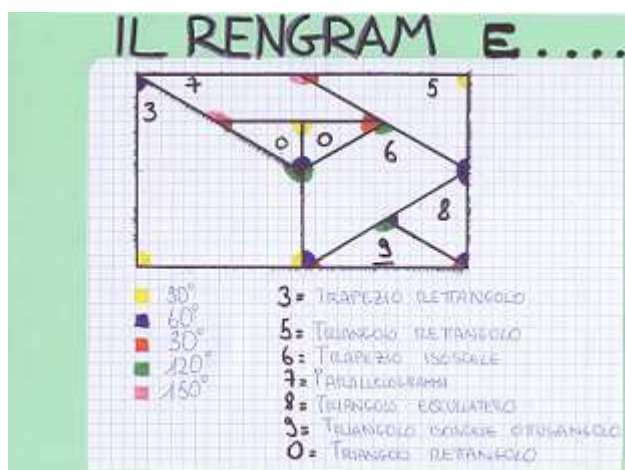
Non appena faccio loro notare il motivo della loro stanchezza e come avremmo potuto uscire dall'oblio, anche gli alunni più restii subito si mettono a lavoro.

Fase 5 **Il figurando**

Il Rengram e le figure parenti

Al fine di ottenere figure con rapporti speciali tra i lati e con angoli di 30° e 60° , abbiamo costruito delle figure imparentate fra di loro: un quadrato, un rettangolo con il lato più corto congruente a quello del quadrato e poi un altro rettangolo con un lato doppio dell'altro.

Il primo rettangolo è stato costruito in modo da ricavare triangoli equilateri e quindi angoli di 60° e 30° . Proprio durante questo tentativo abbiamo scoperto la possibilità di costruire il tangram con il rettangolo, che i ragazzi hanno subito ribattezzato Rengram. Modificando ulteriormente il Rengram in modo da ottenere altre figure come un trapezio isoscele e uno rettangolo abbiamo generato le nostre figurine. Le abbiamo numerate da 0 a 9 e fatte corrispondere a una carta ricreando così lo stesso mazzo di carte del Numerando e anche la stessa magia.



Preparazione del Figurando

Si prepara una serie di cartellini contenenti le cifre da **0 a 9** corrispondenti ciascuna ad una figura.

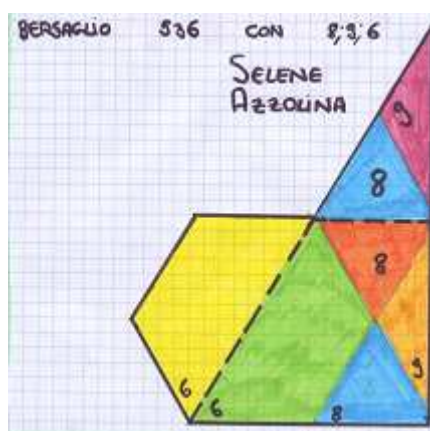
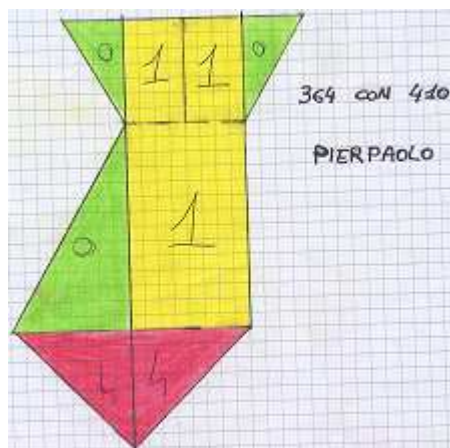
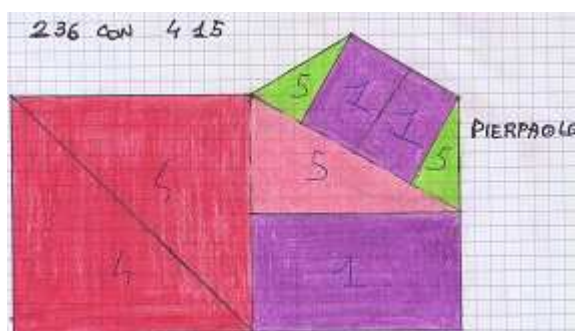
Viene formato una figura-bersaglio di 3 cifre-figura, estraendo per tre volte un **cartellino-cifra-figura** e rimettendo ogni volta nel mazzo il cartellino estratto, per cui la figura ottenuta può essere costituita da figure uguali; poi si estraggono, ancora casualmente, ma questa volta senza rimettere il cartellino nel mazzo, tre cifre-figura che possono essere associate per comporre la figura bersaglio e possono essere utilizzate più volte.

Lo scopo del gioco è quello di arrivare, nel tempo stabilito di 10 minuti, più vicino possibile alla figura bersaglio con le figure mattone estratte. Allo scadere del tempo un alunno di ogni gruppo (in genere quello meno pronto nel calcolo e nel vedere le figure) mostra la costruzione della figura che il gruppo ha fatto.

Assegnazione del punteggio

- A chi centra il bersaglio vengono assegnati 5 punti
- Viene assegnato un bonus di 3 punti a chi usa tutte le figure estratte
- Viene assegnato un bonus di 2 punti a chi individua la *strada più breve*
- La risposta più vicina alla figura-bersaglio, in mancanza del centro, vale 3 punti
- Per ogni figura sbagliata -1
- Per il mancato svolgimento -2
- Il punteggio massimo che può essere conseguito è di 10 punti.

Alcuni esempi



Come per il Numerando, anche con il Figurando il primo impatto è stato di diffidenza. Il sostituire cifre, numeri e calcolo con figure geometriche, angoli, aree e perimetri non prometteva niente di interessante. Il fatto però di dover inventare tutta la procedura di sana pianta invece di trovarsi di fronte ad un gioco già determinato ha aiutato parecchio a superare questa fase iniziale.

Inizialmente ogni alunno ha giocato da solo, estraendo i propri bersagli e figure, prendendo così confidenza con il gioco e acquisendo i metodi e strategie rudimentali. In breve tempo però lo scambio di esperienze e scoperte e le richieste di aiuto reciproco, hanno fatto capire che l'unione fa la forza e stimola maggiormente il ragionamento, la logica e la fantasia.

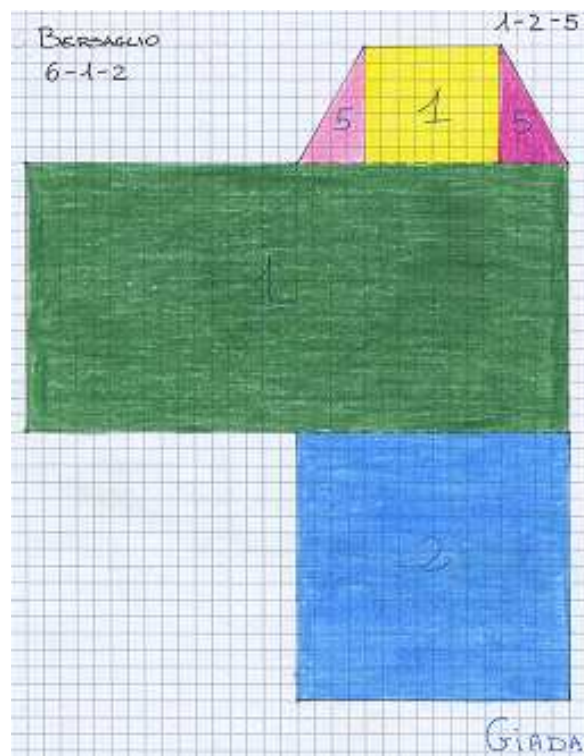
Giocando, i ragazzi prendono confidenza con la geometria, si concentrano sul risultato da ottenere e come raggiungerlo, scoprono i segreti delle figure e degli angoli, acquistano anche velocità nel fare i calcoli. E si divertono!

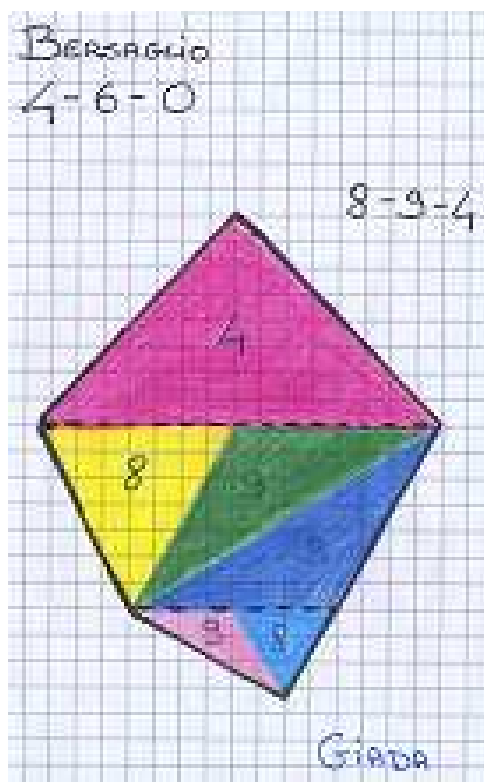
Tutto il percorso è intriso di abilità trasversali e metacognitive quali fare congetture e verificarle, comunicare i propri ragionamenti in forma orale e

scritta, ricostruire il procedimento seguito, riconoscere i propri punti di forza e di debolezza, scegliere il percorso più “economico” in termini di risorse e di tempo. Ben presto siamo arrivati all’inevitabile sfida e gareggiare è divenuto l’epilogo del gioco, quale ricompensa finale di un anno di fatiche. Anche gli alunni meno pronti nel vedere le analogie e le similitudini delle figure hanno trovato il loro spazio e la motivazione a partecipare. Le diverse soluzioni elaborate dai vari gruppi di lavoro hanno dato il via alla discussione e il lavoro di classe si è dimostrato ancora una volta vincente. Uno degli aspetti collaterali al gioco è stato proprio l’affiorare di alcune tendenze comportamentali degli alunni, che se non vengono adeguatamente governati dall’insegnante, possono andare a costituire punti di crisi.. Fortunatamente, gli stessi fenomeni di ”bullismo” riscontrati lo scorso anno e anche all’inizio di questo, non solo sono andati via via attenuandosi, ma, opportunamente manovrate, si sono trasformati in un aiuto per l’insegnante nella conduzione dell’attività.

LA CONGRUENZA E LA SIMILITUDINE

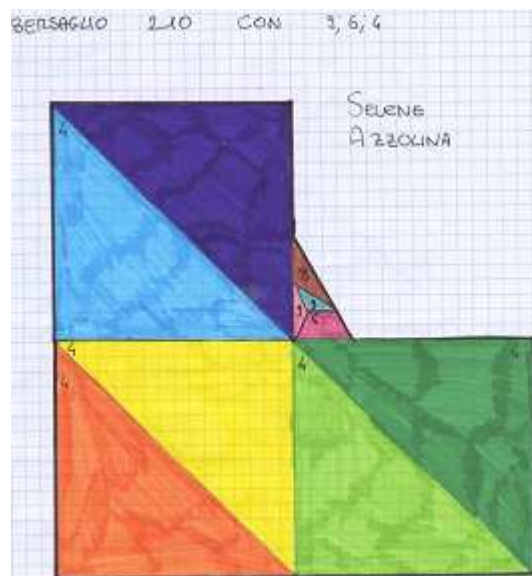
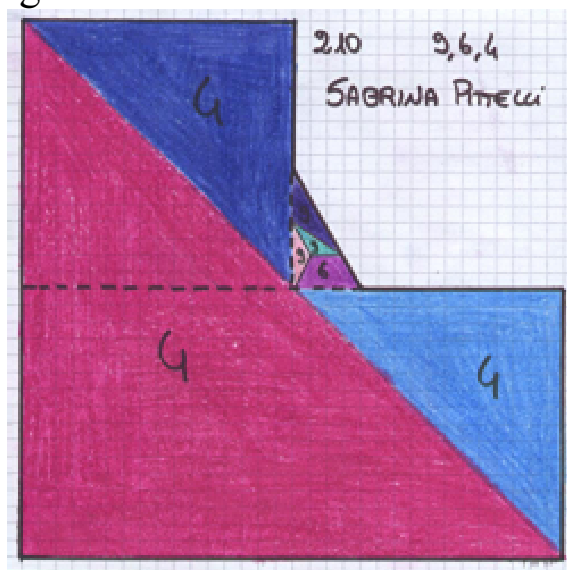
All’inizio del gioco c’era la paura di usare le figure grandi per fare quelle piccole e viceversa utilizzare le figure piccole per ricreare quelle grandi: la congruenza dava sicurezza e non avere figure giuste a disposizione infondeva un senso di impotenza.



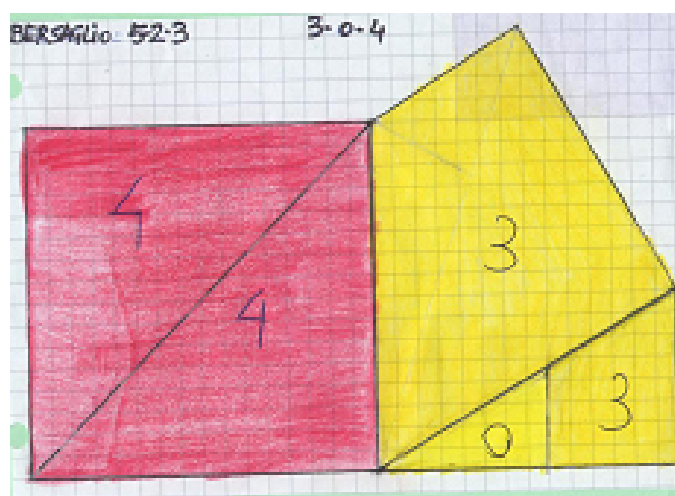
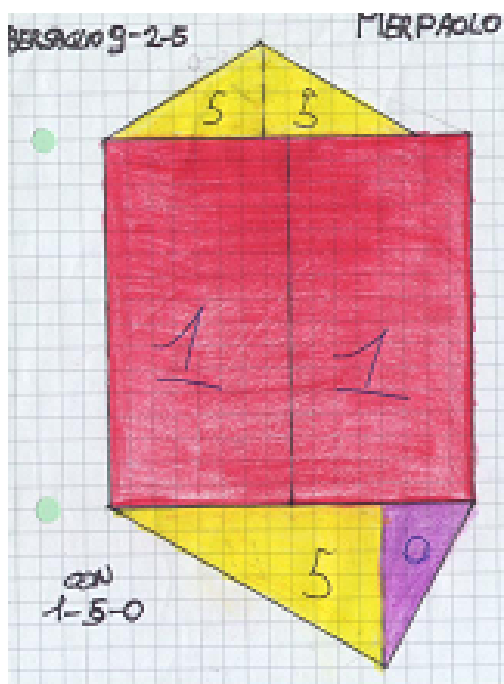


Poi arriva la scoperta: anche le grandi possono essere usate sulle piccole: basta solo rimpicciolirle non a caso ma nel modo giusto mantenendo inalterati gli angoli.

L'uso delle figure piccole sulle grandi era considerato più facile: basta usarne tante e si riempie la figura. Solo la gara avrebbe dato la spinta ad usare le figure simili: chi ne usa meno prende più punti perciò bisogna ingrandirla!



Le sorprese naturalmente non sarebbero finite, infatti nell'usare un rettangolo ben presto si rendono conto che per mantenere la stessa forma rimpicciolita non basta mantenere gli angoli ma è necessario usare misure speciali o meglio gli stessi rapporti tra i lati.



Operare con gli angoli diventa davvero “un gioco da ragazzi”: angoli complementari e supplementari non hanno più segreti e quindi anche due rette tagliate da una trasversale trovano la loro applicazione senza dare troppo nell'occhio.

Figurando in compagnia

Nell'ambito del progetto continuità con la scuola elementare di Masotti è stato proposto il Numerando e il Figurando come gioco per legare le due scuole tramite un'esperienza sia ludica che educativa. La proposta è stata accolta con entusiasmo da parte dei ragazzi che si sono sentiti giustamente orgogliosi della responsabilità loro affidata, e cioè di accogliere e addolcire il passaggio dei fratellini e sorelline nella nuova scuola. Restava da decidere quale livello di Figurando utilizzare e, dopo una breve discussione, è stata

decisiva la proposta di non appesantire troppo il gioco e limitarci al Tangram.

Così la quinta elementare, supportata dagli alunni della seconda media si sono cimentati in questa esperienza nuova per entrambi le classi. La timidezza dei ragazzi della quinta è durata il tempo necessario per fare conoscenza, e cioè pochi attimi, dopo di che si sono subito messi d'impegno a imparare un nuovo metodo di fare geometria giocando. I ragazzi della seconda, forti del loro nuovo ruolo di istruttori, hanno mostrato serietà e capacità, sia nel trasmettere le regole e l'entusiasmo del Figurando che nel instaurare rapporti d'amicizia di questo piccolo 'gemellaggio'.

