

Liceo Scientifico L. da Vinci & Università di Firenze
Laboratorio di Matematica: Geometrie non euclidee

Quarta scheda di lavoro

13 Febbraio 2009

1 Riassumiamo:

Geometria	Euclidea	Sferica	Iperbolica
Parallele per un punto esterno	una	nessuna	infinite
Curvatura	nulla	positiva	negativa
Somma angoli triangolo	180°	$> 180^\circ$	$< 180^\circ$

Nell'ultimo incontro abbiamo lavorato con un modello *locale* di geometria iperbolica. Oggi consideriamo alcuni modelli *globali*. Per definire un modello di geometria dobbiamo assegnare un significato ai termini **piano**, **punto** e **retta**.

2 Il Semipiano iperbolico

In questo modello:

- il **piano** è dato dal semipiano superiore H delimitato da una retta orizzontale l , con l'esclusione della retta stessa,
- i **punti** sono tutti i punti del semipiano H ,
- le **rette** sono di due tipi:
 - le semirette perpendicolari a l , oppure
 - gli archi di circonferenza con centro appartenente a l .

Lavoriamo con questo modello: disegnate su un foglio una retta orizzontale l e individuate in questo modo il semipiano H . Questo sarà il nostro *piano iperbolico*.

1. Disegnate in H alcune rette di vario tipo. Disegnate due rette parallele r ed s . Riuscite a trovare un'altra retta t che sia parallela ad r e intersechi s ? Quante rette come t potete trovare?

2. Disegnate ora un triangolo. Che cosa potete osservare sui suoi angoli? Misurate la somma degli angoli interni in diversi esempi di triangoli.
3. Dati due punti qualsiasi A e B in H , sapete trovare una regola per disegnare la retta passante per A e B ? È vero che per due punti passa sempre una e una sola retta?
4. Riuscite a disegnare sul vostro modello un rettangolo (cioè una figura chiusa con quattro angoli retti)?
5. Provate a disegnare un pentagono e altri poligoni.
6. Riuscite a disegnare un triangolo i cui vertici siano “allineati”? Attenzione a che cosa intendiamo con la parola “allineati”!

3 Il disco di Poincaré

In questo secondo modello:

- il **piano** è la regione delimitata da una circonferenza C , **con l'esclusione della circonferenza stessa**,
- i **punti** sono tutti i punti interni al disco,
- le **rette** sono di due tipi:
 - i diametri della circonferenza C , oppure
 - gli archi di circonferenza ortogonali a C .

A questo modello sono ispirate le opere di Escher.

4 La pseudosfera

Questo modello è stato proposto da Eugenio Beltrami nel 1868. La pseudosfera è una superficie di rivoluzione generata dalla rotazione di una curva (che si chiama *trattrice*) intorno a una retta.