

Liceo Scientifico L. da Vinci  
Università di Firenze  
Laboratorio di Matematica: Geometrie non euclidee

Prima scheda di lavoro

11 Ottobre 2007

## 1 Geometria sferica

La Terra ha approssimativamente la forma di una sfera. Per le applicazioni nel mondo in cui vive, l'uomo ha quindi bisogno di sviluppare la geometria su una sfera. Come mai invece la prima geometria che si è sviluppata è quella del piano?

Il motivo è che la Terra ha delle dimensioni enormi rispetto alle esperienze quotidiane, e il piano è un'ottima approssimazione della sfera se ci limitiamo a esperienze locali. Ma globalmente, il piano e la sfera sono oggetti molto diversi tra loro, e la loro geometria è particolarmente diversa.

In quali ambiti è importante tenere conto che la Terra è una sfera?

Come si può misurare approssimativamente il raggio della Terra? Sapresti progettare un esperimento che permetta di verificare se la Terra è sferica? Quali prove ci sono della sfericità della Terra?

Il proprio braccio teso insieme al dito indice indica idealmente una direzione nello spazio. Sapresti indicare la direzione di

- Il duomo di Firenze
- San Pietro a Roma
- La statua della Libertà a New York
- La Nuova Zelanda
- Il Sole

La latitudine geografica è la distanza angolare di un punto dall'equatore misurata lungo il meridiano che passa per quel punto. La longitudine geografica di un luogo è l'angolo tra il meridiano del luogo e il meridiano fondamentale (di Greenwich), è positiva a ovest e negativa a est di Greenwich.

Le coordinate geografiche di Firenze sono

- latitudine nord  $43^{\circ} 46'$
- longitudine est  $11^{\circ} 15'$

Possiamo assumere che il raggio terrestre misuri approssimativamente 6378 km. I meridiani hanno tutti la stessa lunghezza? E i paralleli? Quanto misura approssimativamente il meridiano terrestre? Quanto misura approssimativamente il parallelo che passa da Firenze?

Immaginiamo una fune che percorre un intero meridiano, stesa perfettamente, e che passa sotto i nostri piedi. Allunghiamola aggiungendo un chilometro in più di fune. Se adesso la allarghiamo in modo che abbia la stessa altezza da terra in ogni punto, quanto misura questa altezza?

Come si può definire una sfera?

Cosideriamo un fascio di piani paralleli e le loro intersezioni con una sfera di raggio  $R$ . In questo fascio esattamente due piani risultano tangenti. Cosa vuol dire che un piano è tangente a una sfera? Sai trovare una formula che calcola la lunghezza della curva che si ottiene come intersezione tra il piano e la sfera in funzione della distanza tra il piano e il centro della sfera?

Sapresti calcolare il volume di uno *spicchio sferico* in funzione del suo angolo? E la sua superficie (si parla allora di *fuso sferico*, si pensi ai fusi orari)?

Immaginiamo un fuso dato da  $\frac{1}{24}$  della superficie della Terra, con i vertici nei poli. Sai misurare la lunghezza della parte del parallelo di latitudine  $\theta$  che è compreso all'interno del fuso?

Su una sfera non ci sono rette e neanche segmenti. Qual è l'analogo della retta su una sfera?

## Qualche sito interessante

- Se ti interessa che tipo di lavoro può fare un matematico (o una matematica):  
<http://mestieri.dima.unige.it>
- Un sito sulla storia delle geometrie non euclidee:  
<http://progettomatematica.dm.unibo.it/GeometrieNonEuclidee/homepage.html>