1

La forza centrifuga e la forza di Coriolis

Una interessante applicazione del concetto di prodotto vettoriale è la forza di Coriolis. Questa forza è sperimentabile in ogni situazione in cui un corpo di massa m è in moto in un sistema di riferimento $Oxyz$ (che chiameremo “relativo” e che indicheremo con $\mathscr{R}_{\text{rel}}$) in rotazione rispetto ad un riferimento inerziale[1] $\Omega\xi\eta\tau$ (che chiameremo invece “assoluto” e che indicheremo con $\mathscr{R}_{\text{ass}}$).

Ad ogni istante la forza di Coriolis (detta anche *forza centrifuga composta*) è descritta matematicamente come

$$\mathbf{f}_{\text{Cor}} = -2m\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\text{rel}}$$

dove $\boldsymbol{\omega}$ è il vettore *velocità angolare* (del riferimento $\mathscr{R}_{\text{rel}}$ rispetto al riferimento $\mathscr{R}_{\text{ass}}$), $\times$ indica il prodotto vettoriale e $\boldsymbol{v}_{\text{rel}}$ è il vettore velocità di un punto materiale P di massa m in moto *relativamente al riferimento non inerziale* $\mathscr{R}_{rel}$. Il termine $-\mathbf{f}_{\text{Cor}}/m = 2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\text{rel}}$ prende il nome di *accelerazione di Coriolis*. Pertanto la forza di Coriolis è nulla se il moto di $\mathscr{R}_{\text{rel}}$ rispetto a $\mathscr{R}_{\text{ass}}$ non è rotatorio, se P è in quiete rispetto al riferimento non inerziale $\mathscr{R}_{\text{rel}}$, oppure se $\boldsymbol{\omega}$ e $\boldsymbol{v}_{\text{rel}}$, benché non nulli, sono paralleli.

[1] Nella meccanica Newtoniana classica l’esistenza di riferimenti inerziali è postulata: si dice tale un riferimento in cui un corpo (idealizzato come “punto materiale”, cioè privo di struttura)) *libero da vincoli* e *isolato* (cioè non soggetto ad alcun tipo di interazione con l’universo) si muove di moto *rettilineo* (cioè lungo una retta) e *uniforme* (cioè il rapporto fra la lunghezza di un segmento di retta Δs e l’intervallo di tempo Δt impiegato in tale percorso è una costante indipendente dal tratto di retta considerato). È evidente che la realizzazione pratica di un riferimento inerziale è possibile solo in modo approssimato. In genere si assumono come inerziali alcuni riferimenti (che pur non lo sono in senso stretto) se le condizioni fenomenologiche e sperimentali permettono di trascurare (perché di bassa intensità) le interazioni fra l’universo e il corpo oggetto di studio.

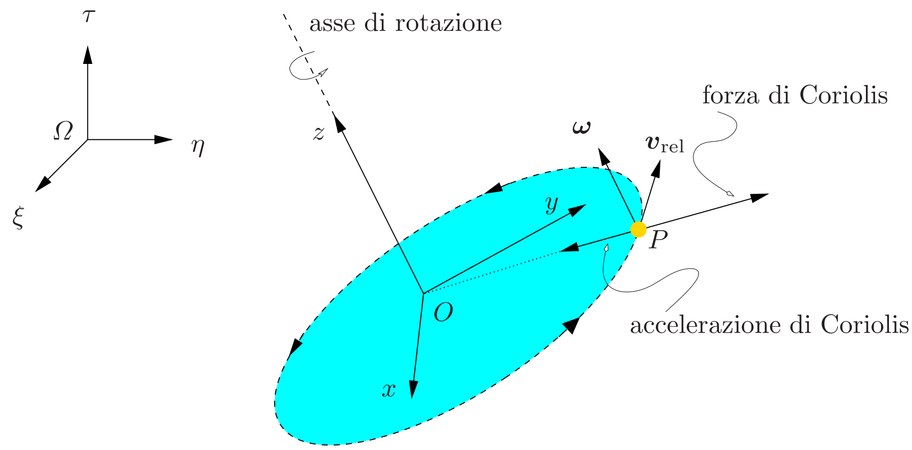

Figura 1.1. La forza di Coriolis

È importante ricordare che il vettore velocità è sempre tangente alla traiettoria del punto materiale durante tutto il suo moto e che il vettore $\boldsymbol{\omega}$ ha la direzione dell'asse di rotazione istantaneo del riferimento $\mathscr{R}_{\mathrm{rel}}$ rispetto al riferimento $\mathscr{R}_{\mathrm{ass}}$. Nella figura 1.1 si è scelto di far coincidere l'asse di rotazione con l'asse z del riferimento ruotante e si è considerata una traiettoria di P relativa al riferimento $\mathscr{R}_{\mathrm{rel}}$ che si mantiene nel tempo sempre nel piano xy. In tal caso l'accelerazione di Coriolis si mantiene costantemente nel piano xy. Se inoltre la traiettoria è circolare con centro in O, allora la forza di Coriolis ha sempre la direzione del segmento PO. Naturalmente il verso della forza dipende dalla mutua orientazione dei due vettori $\boldsymbol{\omega}$ e $\boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}}$: nella figura 1.1 il vettore accelerazione punta al centro — perché solo in tal modo la terna vettoriale $(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}}, \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}})$ rimane levogira — mentre la forza di Coriolis punta in direzione opposta.

Il fatto che in questo caso i vettori "forza" e "accelerazione" abbiano verso opposto può sembrare strano. In effetti ciò dipende solo dal fatto che si è scelto di definire l'accelerazione di Coriolis come $\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}}$. Trattandosi di una definizione (e quindi di un aspetto puramente convenzionale) si poteva fare la scelta opposta: forza e accelerazione avrebbero avuto (com'è di norma) non solo la stessa direzione ma anche *lo stesso verso*. In realtà c'è un motivo che giustifica la prima scelta: sia la forza centrifuga (semplice) che la forza centrifuga composta non hanno la stessa natura di altre forze osservate in natura (gravitazione, elastica, viscosa, elettromotrice ecc.). Infatti le forze centrifughe non appaiono nell'equazione di moto utilizzata da un osservatore inerziale ma *solo in quella utilizzata da un osservatore non inerziale* e per questo motivo sono anche dette "forze apparenti del moto relativo".

Per comprendere questo punto occorre innanzitutto considerare i due riferimenti $\mathscr{R}_{\rm ass}$ (inerziale) e $\mathscr{R}_{\rm rel}$ (non inerziale). Il moto (rigido) di $\mathscr{R}_{\rm rel}$ rispetto a $\mathscr{R}_{\rm ass}$ è caratterizzato da una "velocità di trascinamento" $\mathbf{v}_{\rm tras}$ non costante (cioè variabile non solo nel tempo ma anche, in genere, da punto a punto) rispetto al riferimento $\mathscr{R}_{\rm ass}$. Pertanto la "velocità assoluta" $\boldsymbol{v}_{\rm ass}$ (cioè rispetto al riferimento $\mathscr{R}_{\rm ass}$) di un qualsiasi punto materiale P in moto rispetto ad $\mathscr{R}_{\rm ass}$ si può decomporre nella forma

$$\boldsymbol{v}_{\rm ass} = \boldsymbol{v}_{\rm rel} + \boldsymbol{v}_{\rm tras}. \tag{1.1}$$

Analogamente si definisce "accelerazione assoluta" $\mathbf{a}_{\rm ass}$ quella che un osservatore inerziale (cioè solidale al riferimento $\mathscr{R}_{\rm ass}$) attribuisce (in virtù della legge di Newton) ad un punto materiale P di massa m per effetto di una generica forza $\mathbf{f}$ (ad esempio quella gravitazionale), e "accelerazione relativa" $\mathbf{a}_{\rm rel}$ quella associata al medesimo punto materiale da un osservatore non inerziale (cioè solidale al riferimento $\mathscr{R}_{\rm rel}$). Come sono legate fra loro queste due accelerazioni? Derivando la relazione fra le velocità si dimostra che sussiste la seguente relazione

$$\mathbf{a}_{\rm ass} = \mathbf{a}_{\rm rel} + \mathbf{a}_{\rm tras} + 2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\rm rel}. \tag{1.2}$$

Il termine $\mathbf{a}_{\rm tras}$ si chiama accelerazione "di trascinamento" ed è identificabile con l'accelerazione (rispetto al riferimento $\mathscr{R}_{\rm ass}$) che possiede l'origine del riferimento $\mathscr{R}_{\rm rel}$. Questa accelerazione è nulla solo se il vettore $\boldsymbol{v}_{\rm tras}$ è costante o, in particolare, nulla.

Se il punto materiale possiede un moto relativo nel riferimento $\mathscr{R}_{\rm rel}$ la legge di Newton si può riscrivere, utilizzando la decomposizione (1.2), nella forma

$$m\mathbf{a}_{\rm rel} = \mathbf{f} - m\mathbf{a}_{\rm tras} - 2m\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\rm rel}$$

che appare del tutto analoga a quella che vale per un osservatore inerziale a patto di intendere i due termini correttivi a secondo membro come "forze apparenti del moto relativo". In altre parole, per l'osservatore non inerziale la seconda legge di Newton continua a valere a patto di scriverla nella forma

$$m\mathbf{a}_{\rm rel} = \mathbf{f}_{\rm rel}$$

dove

$$\mathbf{f}_{\rm rel} = \mathbf{f} - m\mathbf{a}_{\rm tras} - 2m\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\rm rel} = \mathbf{f} + \mathbf{f}_{\rm tras} + \mathbf{f}_{\rm Cor}$$

Quest'ultima relazione giustifica la circostanza, apparentemente inusuale, per cui nelle forze apparenti del moto relativo, la forze stesse sono orientate in modo discorde rispetto alle rispettive accelerazioni.

Vediamo alcuni esempi pratici in cui gli effetti osservati in natura sono attribuibili alle forze centrifughe.

Esempio 1.1 *(*"SBALLOTTAMENTO" NEI TRENI IN CURVA*) — Una semplicissima verifica dell'esistenza delle forze centrifughe è sperimentabile nel momento in cui si prova a camminare nel corridoio di un treno quando questo percorre una traiettoria curvilinea (ad esempio un arco di cerchio di centro Ω e raggio R) a velocità sostenuta. Il passeggero avverte una forza, originata sia dalla accelerazione centrifuga semplice che da quella composta, che lo fa "deviare" dal percorso e la cui intensità aumenta sia con la velocità del treno (che rappresenta la velocità di trascinamento) sia con la velocità di spostamento del passeggero rispetto al riferimento in moto (il vagone del treno). In questo caso si può assumere come riferimento inerziale una qualsiasi terna solidale alla Terra (ad esempio con origine in Ω e due assi orientati verso due punti cardinali consecutivi). Come riferimento non inerziale si può scegliere un riferimento* solidale al treno *e con origine anch'esso in Ω. Il vettore $\boldsymbol{\omega}$ è ortogonale (in ogni istante) al piano che contiene la traiettoria curvilinea del treno e quindi è sempre diretto come la verticale; il suo verso è ascendente (discendente) se il treno ruota rispetto ad Ω in senso antiorario (orario). Immaginiamo, tanto per fare un esempio, che il treno viaggi a* 100 *km/h, che il raggio di curva sia di* 750 *m, che il passeggero pesi* 80 *kg e che si muova camminando a* 5 *km/h (che rappresenta la velocità relativa rispetto al treno). Calcoliamo la velocità angolare del treno: poiché $v_{treno} = \omega R$ troviamo $\omega \approx 0.037\ s^{-1}$; dunque*

$$|\mathbf{a}_{Cor}| \approx 1.03 Newton$$

Questa accelerazione è diretta ortogonalmente alla traiettoria e orientata nel verso della normale "interna" all'arco di circonferenza che rappresenta la traiettoria del treno se $\boldsymbol{v}_{rel}$ ha la stessa direzione e verso di $\boldsymbol{v}_{treno}$, nel verso della normale "esterna" se $\boldsymbol{v}_{rel}$ e $\boldsymbol{v}_{treno}$ hanno la stessa direzione ma verso opposto. A causa della definizione, se ci si riferisce alla forza di Coriolis invece che alla accelerazione, le parole interna-esterna si scambiano fra loro. Come si vede dai calcoli, per una persona pesante 80 kg l'intensità della forza di Coriolis non è trascurabile: infatti quest'ultima risulta pari a 8.23 *Newton è circa l'84% della forza necessaria per impedire la caduta per gravità di un oggetto pesante 1 kg. È bene osservare che, a differenza di quella di Coriolis, l'accelerazione di trascinamento (presente tutte le volte che il riferimento solidale al treno non è inerziale) viene avvertita da* tutti *i passeggeri (sia quelli fermi che quelli in movimento) e i bagagli presenti sul treno avvertono la forza $-m\mathbf{a}_{tras}$. In curva questa accelerazione ha effetto centrifugo, è sempre diretta verso verso l'esterno della traiettoria del treno e la sua intensità vale, nell'esempio considerato, all'incirca* 1.03 *ms^{-2}. Applicata ad una persona pesante 80 kg si ha una forza di circa* 82 *Newton e quindi dieci volte maggiore di quella di Coriolis.*

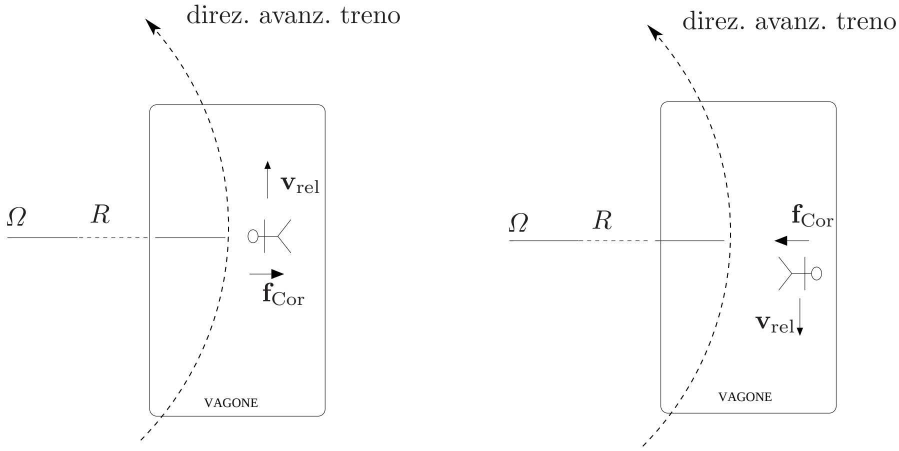

Figura 1.2. Il treno avanza in curva nel verso indicato dalla fraccia ruotando rispetto ad Ω in verso antiorario. Il vettore $\boldsymbol{\omega}$ è ortogonale al piano della figura e diretto verso l'alto. Un passeggero che cammina nel vagone avverte l'effetto combinato delle due forze centrifughe: benché la forza centrifuga semplice è dominante, un passeggero che avanza in direzione contraria a quella di avanzamento del treno avverte una spinta inferiore a quella di chi cammina in direzione contraria.

Esempio 1.2 *(*Le terne terrestri*) — Se $\mathscr{R}_{rel}$ è una terna terrestre con origine sulla superficie del globo e $\mathscr{R}_{ass}$ è una terna siderale con origine nel centro della Terra, $\boldsymbol{v}_{tras}$ è tangenziale ai paralleli (risultando nulla solo ai poli). Pertanto, pur essendo costante in intensità, la sua direzione varia e quindi $\mathbf{a}_{tras} \neq 0$. La sua intensità vale*

$$\mathbf{a}_{tras} = R_T \omega_T^2 \cos\gamma \mathbf{n} \tag{1.3}$$

dove R_T è il raggio terrestre, ω_T la velocità angolare della Terra, γ la latitudine ed $\mathbf{n}$ è il versore del vettore $O_T - O$ essendo O l'origine della terna $\mathscr{R}_{rel}$ e O_T la proiezione ortogonale di O sull'asse terrestre (vedere figura 1.3). Osservando che $R_\gamma = R_T \cos\gamma$ fornisce il raggio del parallelo alla latitudine γ, la (1.3) si può riscrivere nella forma

$$\mathbf{a}_{tras} = R_\gamma \omega_T^2 \mathbf{n} \tag{1.4}$$

Esempio 1.3 *(*Il peso specifico*) — La classica equazione del moto $m\mathbf{a} = \mathbf{f}$ vale a priori solo nei riferimenti inerziali $\mathscr{R}_{ass}$. L'osservatore "inerziale" osserva quindi l'accelerazione assoluta $\mathbf{a}_{ass}$. Nel caso di un punto materiale P a distanza R dal centro Ω della Terra e soggetto alla sola gravità terrestre, la forza $\mathbf{f}$ coincide con*

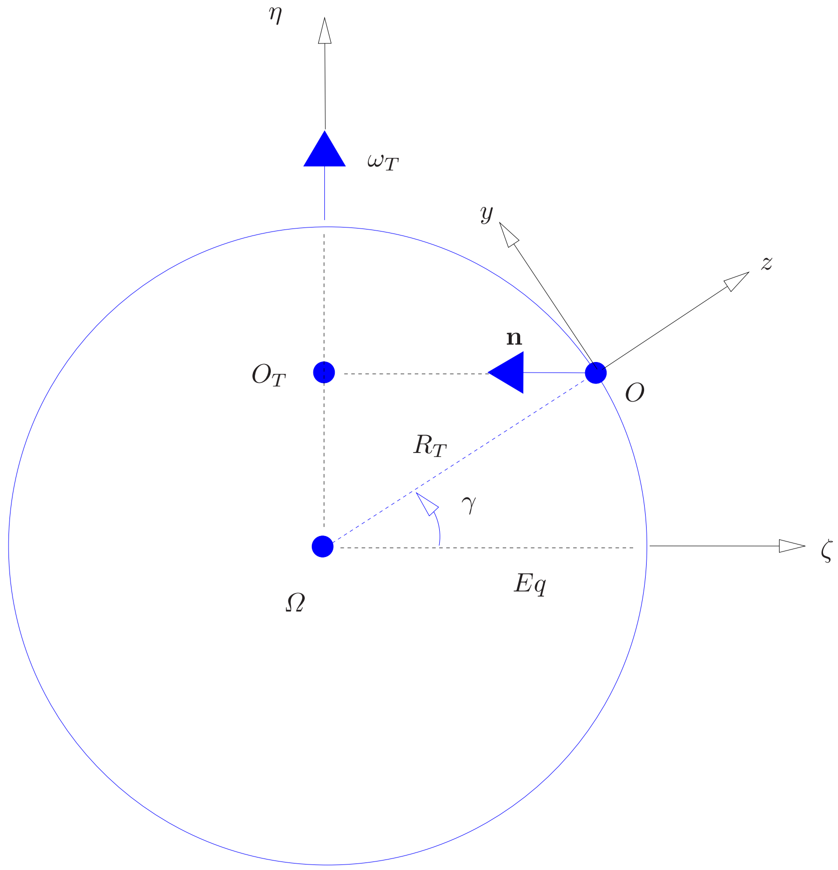

Figura 1.3. Una terna terrestre $Oxyz$ (x è tangente al parallelo con latitudine γ in direzione Ovest-Est) e una terna siderale $\Omega\xi\eta\zeta$ (ξ è ortogonale al piano della figura). Durante il moto di rotazione della Terra gli assi della terna siderale puntano verso tre stelle "fisse", il punto O percorre il parallelo con velocità $\mathbf{v}_{\text{tras}} = R_T\omega_T\cos\gamma\mathbf{i}$ (essendo $\mathbf{i}$ il versore tangente al parallelo). Poiché la terna $Oxyz$ è solidale alla Terra, il suo moto è rotatorio uniforme attorno all'asse terrestre

$$kmM_T\frac{\mathbf{u}}{R^2}$$

dove k è la costante gravitazionale e $\mathbf{u}$ è il versore del vettore $P-\Omega$. L'accelerazione assoluta vale quindi $GM_T\mathbf{u}/R^2$. Quella che comunemente chiamiamo "peso specifico" (o accelerazione di gravità), indicata comunemente con $\mathbf{g}$, non è l'accelerazione assoluta, bensí (dato che il peso viene misurato in una terna terrestre) quella "relativa" cioè

$$\mathbf{a}_{rel} = \mathbf{a}_{ass} - \mathbf{a}_{tras}$$

(l'accelerazione di Coriolis non compare perché la misura del peso avviene in condizioni di quiete relativa). Dunque il vettore $\mathbf{g}$ *non è diretto verso il centro della Terra (eccetto nei casi* $\gamma = 0$ *oppure* $\gamma = \pm\pi/2$*) e risulta*

$$\mathbf{g} = GM_T \frac{\mathbf{u}}{R^2} - R_T \omega_T^2 \cos\gamma \mathbf{n}$$

Si noti che il termine correttivo determinato dalla accelerazione di trascinamento è "riducente" (il versore $-\mathbf{n}$ *è ortogonale al parallelo, giace nel piano che lo contiene ed è diretto verso l'esterno del cerchio): in altre parole, al variare della latitudine, la gravità è minima all'equatore e massima ai poli. La correzione operata dal termine dovuto al moto non inerziale della terna terrestre è piccolo ma non trascurabile (*g*, a livello del mare, vale circa* 9.779 ms^{-2} *all'equatore e* 9.832 ms^{-2} *ai poli).*

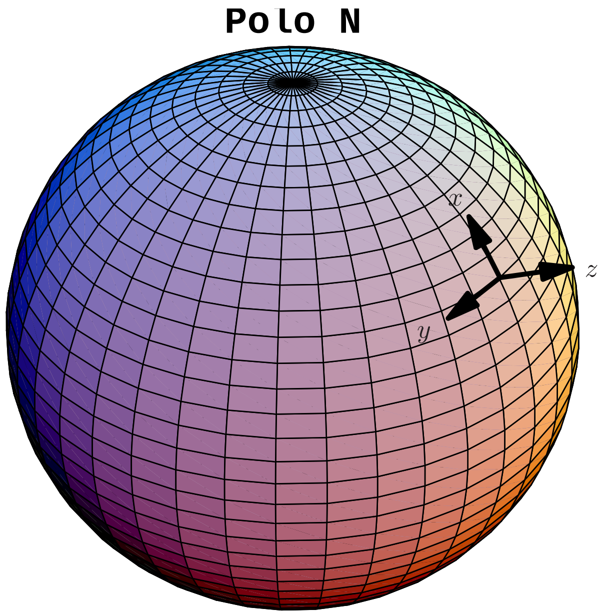

Figura 1.4. La terna terrestre xyz (x tangente al meridiano locale e orientato a Nord, y tangente al parallelo locale, z diretto come la verticale ascendente) non è inerziale. Se il vettore $\mathbf{v}_{\rm rel}$ è parallelo e concorde con l'accelerazione di gravità $\mathbf{g}$ (come nel caso della caduta verticale di un oggetto) l'accelerazione di Coriolis è tangente al parallelo del luogo e orientata verso E.

Esempio 1.4 *(*Deviazione verso oriente nella caduta verticale di un grave*)* — *Supponiamo di far cadere un punto materiale di massa* m *in un* *pozzo verticale sufficientemente profondo in modo che il tempo T di caduta sia sufficientemente lungo. In tal caso un riferimento terrestre (in cui ad esempio l'asse z sia diretto come la verticale) non è inerziale rispetto ad un qualsiasi riferimento astronomico. Se ne deduce che sul punto materiale agisce una forza di Coriolis diretta ortogonalmente al piano che contiene l'asse terrestre e la verticale del luogo in cui avviene l'esperimento. Tale verticale incontra l'asse terrestre in un punto[2] Q. Tenendo presente che $\boldsymbol{\omega}_T$ è parallelo all'asse terrestre e orientato da Sud verso Nord, la forza di Coriolis risulta tangente al parallelo del luogo e orientata verso E (vedere figura 1.4).*

Se si trascura la resistenza dell'aria, durante la caduta la velocità $\boldsymbol{v}_{rel}$ è proporzionalmente legata alla accelerazione di gravità $\mathbf{g}$ (e diretta allo stesso modo). La relazione è $\boldsymbol{v}_{rel} = t \cdot \mathbf{g}$ per cui all'istante $t = T$ sarà

$$|\boldsymbol{v}_{rel}| = T|\mathbf{g}| = T * 980(cm\, s^{-2})$$

È interessante calcolare l'entità della forza di Coriolis in relazione a quella di gravità. Calcoliamo innanzitutto l'intensità della rotazione terrestre, cioè il modulo di $\boldsymbol{\omega}_T$:

$$|\boldsymbol{\omega}_T| = \frac{2\pi}{24 * 60 * 60} \approx 7.27 * 10^{-5}\ (s^{-1})$$

Pertanto, per una massa $m = 10^3$ (in g)

$$|f_{Cor}| = 2 * 10^3 |\boldsymbol{\omega}_T||\boldsymbol{v}_{rel}| \approx T * 980 * 7.27 * 10^{-5}\ (g\ cm\ \ s^{-2}).$$

Dunque $|f_{Cor}| \approx 0.07 * T$ nel sistema C.G.S., mentre $|\mathbf{g}| = 980$. Quindi il rapporto

$$\frac{|f_{Cor}|}{|\mathbf{g}|} \approx 7.27 * T * 10^{-5}$$

è quindi molto piccolo a meno di non aspettare un tempo T sufficientemente lungo (avendo a disposizione un pozzo sufficientemente profondo). Tenendo presente comunque che in genere gli oggetti in caduta (causa la resistenza dell'aria) non superano una velocità massima V di circa 250 km/h e che questa velocità viene raggiunta in un tempo

[2] Se la latitudine ϑ è diversa da 0^o o 90^o, il punto Q non coincide col centro della Terra ma spostato (lungo l'asse) verso Sud se la $\vartheta \in (0, 90)N$ e verso Nord se $\vartheta \in (0, 90)S$.

$$T = \frac{V}{g} \approx \frac{250 * 10^5}{3600 * 980} \approx 7.08\ (s).$$

Lo spazio di caduta nell'intervallo $[0, T]$ *è* $gT^2/2 \approx 24500$ *cm (cioè 245 metri). Per* $t > T$ *la caduta avviene a velocità costante e lo spazio percorso segue la legge* $s(t) = gT^2/2 + V(t - T)$ *con* $V = 250$ *km/h. Se anche si trascurasse la resistenza dell'aria, lasciando quindi la velocità relativa libera di crescere con la legge* $\mathbf{v}_{rel} = t * \mathbf{g}$*, per avere che la forza di Coriolis raggiunga lo stesso ordine di grandezza della forza di gravità, ovvero*

$$\frac{|f_{Cor}|}{|\mathbf{g}|} \approx 1$$

occorre che attendere un tempo $T \approx 10^5/7.27$ *s ovvero circa 13700 secondi (avendo a disposizione un pozzo profondo circa 955 km)!*

Esempio 1.5 *(*AZIONE SU MASSE D'ARIA IN MOVIMENTO[3]*) — L'effetto Coriolis ha un ruolo molto importante nella dinamica atmosferica e sulla meteorologia, poiché influisce sui venti, sulla formazione e rotazione delle tempeste (cicloni), così come sulla direzione delle correnti oceaniche (spirale di Ekman).*

L'effetto dell'accelerazione di Coriolis è particolarmente visibile nella formazione dei cicloni: il processo inizia col movimento spiraleggiante dei venti attirati delle cellule di bassa o bassissima pressione. L'aria infatti non si sposta lungo una retta dall'alta pressione verso la bassa pressione ma, a causa dell'accelerazione di Coriolis, compie dei moti in senso antiorario nel nostro emisfero e in senso orario nell'emisfero australe (naturalmente anche la pressione e la temperatura hanno un effetto importante sui moti, ma la forza di Coriolis è la causa principale del movimento spiraleggiante).

Più in generale si osserva che le masse d'aria si riscaldano all'equatore, diminuiscono in densità e salgono, richiamando aria più fredda che scorre sulla superficie terrestre verso l'equatore. Poiché non c'è abbastanza attrito tra la superficie e l'aria, questa non acquisisce la velocità necessaria per mantenersi in co-rotazione con la terra. I venti che normalmente scorrerebbero verticalmente dai poli verso l'equatore sono quindi deviati dalla forza di Coriolis e danno origine a quei venti costanti noti con il nome di Alisei. Nell'emisfero nord questi venti soffiano da nord-est verso sud-ovest e nell'emisfero sud soffiano da sud-est verso nord-ovest. I flussi d'aria che si sollevano all'equatore non giungono fino ai poli, poiché la forza di Coriolis costringe le correnti d'aria a muoversi in circolo intorno alle regioni polari.

[3] Tratto da Wikipedia.

Nella parte superiore dell'atmosfera l'attrito ha scarsa influenza sui venti e le particelle di aria sono soggette esclusivamente alla forza dovuta al gradiente di pressione ed all'effetto Coriolis. Queste due forze tendono a compensarsi, e per questo motivo le correnti d'aria ad alta quota tendono a scorrere parallelamente alle isobare. I venti generati con questa dinamica sono chiamati geostrofici.

Nell'emisfero settentrionale un sistema di bassa pressione ruota in senso antiorario, mentre un sistema di alta pressione ruota in senso orario, come stabilito dalla legge di Buys-Ballot; l'opposto avviene nell'emisfero meridionale.

Esempio 1.6 *(*EFFETTO SUI SATELLITI*) — Se il moto avviene su un piano orizzontale, l'accelerazione di Coriolis provoca una deviazione dalla traiettoria rettilinea, verso destra nell'emisfero boreale e verso sinistra in quello australe. Questo effetto aumenta vicino ai poli. L'effetto di Coriolis, trascurabile nella maggior parte dei casi, ha un notevole effetto sui razzi e sui satelliti a causa della loro alta velocità. Infatti mentre l'accelerazione centrifuga ha lo stesso effetto su ogni corpo indifferentemente dalla sua velocità (nella relazione compare solo la velocità angolare e la distanza dal centro della Terra), la accelerazione di Coriolis aumenta all'aumentare della velocitè del corpo.*

Esempio 1.7 *(*IL PENDOLO DI FOUCAULT*) — Si tratta di un pendolo libero di oscillare in ogni direzione per molte ore e fu concepito come esperimento per dimostrare la rotazione della Terra attraverso l'effetto della forza di Coriolis. Il primo pendolo di Foucault fu presentato al pubblico nel 1851, ed era costituito da una sfera di 28 Kg sospesa alla cupola del Pantheon (a Parigi) con 67 metri di filo. Ad ogni latitudine della Terra, tranne l'equatore, si osserva che il piano di oscillazione del pendolo tende a ruotare lentamente. Al Polo Nord a al Polo Sud la rotazione avviene in un giorno siderale: il piano di oscillazione si mantiene fermo mentre la Terra ruota, in accordo con la prima legge del moto di Newton. Infatti tale piano è vincolato a contenere costantemente la verticale del luogo in cui viene condotto l'esperimento ma, rispetto ad un riferimento inerziale, non agisce alcuna forza che possa determinare una rotazione del piano di oscillazione attorno alla verticale. Al contrario, rispetto ad una terna terrestre tale piano in genere appare ruotare, l'entità di tale rotazione risultando funzione della latitudine. La rotazione avviene in senso orario nell'emisfero boreale e in senso antiorario nell'emisfero australe.*

La trattazione matematica è un po' più laboriosa e richiede qualche nozione di teoria dell'approssimazione. Per semplicità ci limitiamo a scrivere le equazioni che reggono il moto del pendolo in questo caso:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\omega^2 x + 2\Omega_T \dot{y} \sin\gamma \\ \ddot{y} = -\omega^2 y - 2\Omega_T \dot{x} \sin\gamma. \end{cases}$$

dove $\omega = \sqrt{g/\ell}$ (g è l'intensità dell'accelerazione di gravità ed ℓ la lunghezza del filo) è la frequenza propria di oscillazione del pendolo e γ indica, come in precedenza, la latitudine. Passando a coordinate complesse coniugate $z = x+iy$ si può scrivere

$$\ddot{z} + 2i\Omega_T \dot{z} \sin\gamma + \omega^2 z = 0.$$

Questa equazione differenziale ha soluzioni della forma

$$z = e^{-it\Omega_T \sin\gamma} \left(c_1 e^{i\omega t} + c_2 e^{-i\omega t} \right).$$

Se si misura il tempo in giorni allora $\Omega = 2\pi$ e si trova che il piano di oscillazione ruota, nelle 24 ore, di un angolo $-2\pi \sin\gamma$.

Esempio 1.8 *(*Effetto sugli scarichi dei lavandini[4]*) — È un'idea comune molto radicata che l'effetto Coriolis determini il senso di rotazione dei vortici che si creano quando si stappa lo scarico di un lavandino. Nell'emisfero nord la rotazione è in un senso, mentre è opposta nell'emisfero sud. In alcuni paesi a cavallo dell'equatore viene a volte presentato ai turisti un esperimento che dimostrerebbe come spostandosi di pochi metri a nord o a sud della linea equatoriale cambierebbe il senso di rotazione di un vortice in una vaschetta.*

Si tratta in realtà di una leggenda metropolitana. L'effetto della forza di Coriolis su questi sistemi è infatti diversi ordini di grandezza inferiore rispetto a molti altri elementi, come la geometria della vasca e dello scarico, l'inclinazione del piano e soprattutto il movimento che aveva inizialmente l'acqua (il trucco propinato ai turisti all'equatore consiste nel muovere opportunamente ed impercettibilmente la vaschetta per indurre la rotazione nel senso voluto).

Ripetere più volte l'esperimento su un singolo lavandino può trarre in inganno, in quanto esiste un errore sistematico dovuto alla geometria specifica della vasca.

Se si prende una vasca piatta e circolare, con uno scarico piccolo e liscio, avendo cura di attendere che l'acqua sia perfettamente ferma e stappando con cura, è possibile osservare l'influenza della forza di Coriolis. Tuttavia, data la grandezza del fenomeno, bisognerebbe lasciare a riposo l'acqua per alcuni giorni, in una stanza sigillata e lontano dal passaggio di mezzi pesanti, perché le correnti d'aria barometriche, i moti vorticosi interni del liquido e le vibrazioni indotte da un camion hanno all'incirca la stessa magnitudine del fenomeno.

[4] Tratto da Wikipedia.