

Programma di GEOMETRIA III
per il Corso di Laurea in Matematica
Anno Accademico 2012-2013 – docente: dott. Fabio Vlacci

Richiami generali di Topologia Generale, in particolare le nozioni di connessione, locale connessione, connessione per archi e locale connessione per archi e loro implicazioni.

[Lezioni di Topologia Generale, Checcucci-Tognoli-Vesentini, Feltrinelli]

Cammini e operazione di giustapposizione di cammini. Omotopia di cammini. Classi di equivalenza di lacci omotopi. Gruppo fondamentale, primi esempi e relative proprietà. Spazi topologici omotopicamente equivalenti. Spazi contrattili e spazi semplicemente connessi. Retrazioni e retrazioni per deformazione. Omomorfismi indotti da funzioni continue su gruppi di omotopia. Cenni su spazi di Hopf e gruppi di omotopia successivi al primo.

[A Basic Course in Algebraic Topology, Massey, GTM, Springer;
Algebraic Topology: An Introduction, Massey, GTM, Springer;
Basic Concepts of Algebraic Topology, Croom, UTM, Springer]

Spazi di rivestimento e prime proprietà. Spazi di rivestimento universali. Grado di una funzione continua di S^1 (S^n) in sé e calcolo del gruppo fondamentale di S^1 . Teorema di Monodromia.

Teorema del punto fisso di Brouwer e altre conseguenze quali Teorema del Riccio o teorema della “pettinabilità della sfera” e Teorema Fondamentale dell’Algebra. Proprietà di sollevamento di cammini, omotopie e funzioni continue definite su spazi connessi e localmente connessi per archi.

[Basic Concepts of Algebraic Topology, Croom, UTM, Springer]

Alfabeti, parole e prodotti liberi di gruppi. Teorema di van Kampen e applicazioni al calcolo del primo gruppo di omotopia

[Algebraic Topology, Hatcher, <http://www.math.cornell.edu/hatcher/AT/ATpage.html>]

Trasformazioni di rivestimento. Legame tra gruppo delle trasformazioni di rivestimento e gruppo fondamentale dello spazio rivestito. Spazi di rivestimento regolari. Teorema di Borsuk-Ulam e applicazioni.

[Basic Concepts of Algebraic Topology, Croom, UTM, Springer]

Introduzione alla omologia simpliciale. Simplessi, triangolazione, complessi (strutture) simpliciali, catene, operatore di bordo e relative proprietà. Gruppi di omologia simpliciale. Cenni su numeri di Betti e sulla caratteristica di Eulero–Poincarè. Calcolo dei gruppi di omologia della sfera S^n . Cenni su omologia singolare, sequenze esatte e legame fra primo gruppo di omotopia e di omologia di uno spazio topologico. Cenni su classificazione delle superfici compatte.

[Algebraic Topology, Hatcher, <http://www.math.cornell.edu/hatcher/AT/ATpage.html>;
A Basic Course in Algebraic Topology, Massey, GTM, Springer;
Algebraic Topology: An Introduction, Massey, GTM, Springer]]