

WEEK-END di LAVORO di CALCOLO delle VARIAZIONI

lista abstracts

October 19, 2005

- **Bertone Simone** (Università di Milano-Bicocca), “*On Hopf’s Lemma and the Strong Maximum Principle*”.

Abstract: In this paper we consider Hopf’s Lemma and the Strong Maximum Principle for supersolutions to

$$\sum_{i=1}^N g_i(u_{x_i}^2) u_{x_i x_i} = 0$$

under suitable hypotheses that allow g_i to assume value zero at zero.

- **Celada Pietro** (Università di Parma), “*Un modello variazionale policonvesso per le cavitazioni*”.

Abstract: Alcuni materiali elastici, sottoposti a grandi deformazioni al bordo, si deformano elasticamente sino alla comparsa di una frattura o cavità all’interno. E’ questo il problema delle cavitazioni studiato da J. Ball (Philos. Trans. Roy. Soc. A306 1982) e successivamente da Stuart, Marcellini, Mueller e Spector e molti altri. Lo scopo di questa ricerca è discutere le caratteristiche di un modello con energia policonvessa e lineare nel determinante che dia conto del fenomeno della cavitazione.

- **Cellina Arrigo** (Università di Milano-Bicocca), “*Sull’esistenza delle variazioni*”.
- **Crippa Gianluca** (SNS Pisa), “*Soluzioni oscillanti di equazioni di trasporto*”.

Abstract: Sia X uno spazio vettoriale topologico di funzioni definite su \mathbf{R}^n . Diciamo che X ha la “proprietà di chiusura” se vale il fatto seguente: preso un qualsiasi campo vettoriale f dipendente dal tempo, con componenti appartenenti a X e divergenza limitata, e preso un qualsiasi dato iniziale u_0 in X , allora esiste una funzione u dipendente dal tempo ed appartenente a X che risolve nel senso delle distribuzioni l’equazione del trasporto con campo vettoriale f e dato iniziale u_0 . Recentemente, A. Bressan ha posto la questione dell’esistenza di uno spazio X che soddisfi la proprietà di chiusura, che si immerga in L^1_{loc} con compattezza e che contenga le funzioni limitate che siano localmente in BV . In un lavoro in collaborazione con Camillo De Lellis (Università di Zurigo) mostriamo che un tale spazio X non può esistere. La nostra prova si basa su un esempio di N. Depauw, che mostra un’equazione di trasporto malposta il cui campo vettoriale è “quasi BV ”. Nel seminario indicherò le motivazioni che portano a considerare spazi con le proprietà sopra elencate e, dopo aver descritto l’esempio di Depauw, cercherò di mostrare la strategia con cui procediamo nella nostra costruzione.

- **De Cicco Virginia** (Dipart. Me.Mo.Mat. Univ. ‘La Sapienza’ Roma), “*Rilassamento su BV per funzionali integrali con integrando discontinuo*”.

Abstract: Si presentano alcuni risultati di semicontinuità e rilassamento sullo spazio BV per funzionali non coercivi e con crescita lineare, sotto deboli condizioni di regolarità sull’integrando.

- **Dragoni Federica** (SNS Pisa), “*Hopf-Lax formula for Hamilton-Jacobi Cauchy problems with semicontinuous data and Hormander-Hamiltonian*”.

Abstract: In the first part I’ll give some basic notions about sub-Riemannian distances and viscosity solutions. Moreover I’ll quote some known results of existence and uniqueness for evolutive Hamilton-Jacobi equations, introducing the Hopf-Lax formula. In the second part I’ll prove an existence result theorem in the context of semicontinuous initial data and Hormander-Hamiltonian. The key to prove this result is to build a suitable type-distance solution for the associated eikonal equation. In the third part I’ll prove a convergence theorem which generalizes a known result for the usual inf-convolution. In this part I’ll use a Large Deviation Principle in the hypoelliptic case, proved using basic notions of measure

- **Esposito Luca** (Università di Salerno), “*Una versione quantitativa della disuguaglianza di Polya Szego*”.

Abstract: Si prova una stima della differenza in norma L^1 tra una funzione di Sobolev u e la sua simmetrizzata radiale, in termini della differenza dei rispettivi integrali di Dirichlet. Si giunge così a stimare quanto sia “vicina” all’essere radiale (in senso L^1) una funzione che verifichi “quasi” l’uguaglianza nella disuguaglianza di Polya Szego.

- **Fusco Nicola** (Università di Napoli ‘Federico II’), “*Una versione sharp della disuguaglianza isoperimetrica quantitativa*”.

Abstract: Sia E un insieme di perimetro finito, con $|E| = |B|$, dove B è la palla unitaria di R^n . Si prova che, a meno di traslazioni,

$$|E\Delta B| \leq c(n)[D(E)]^{1/2},$$

dove $c(n)$ è una costante che dipende solo dalla dimensione e

$$D(E) = \frac{P(E) - P(B)}{P(B)}$$

è il deficit isoperimetrico di E .

- **Gelli Maria Stella** (Università di Pisa), “*Obstacle problem for free-discontinuity energies: the periodically perforated case*”.

Abstract: I will present some recent results regarding Gamma-limits for Mumford-Shah type energies in presence of unilateral constraint on periodically perforated

sets. Up to select the (unique) meaningful scaling threshold, in the limit, a penalization term appears, taking into account the 1-capacity of (a regularization of) the reference set. The result is proved also for the case of reference perforations that are Lebesgue negligible. In such a setting the constraint must be expressed by means of a suitable H^{n-1} -representant of a BV function.

- **Leonetti Francesco** (Università di l'Aquila), “*Stime puntuali per i minimi di alcuni funzionali vettoriali*”.

Abstract: Consideriamo il funzionale

$$I(u) = \int_{\Omega} f(x, Du(x)) dx$$

definito su una classe opportuna di applicazioni vettoriali $u : \Omega \subset \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^N$.

Presenteremo due condizioni sull'integrando f che garantiscano la validità del principio del massimo per le componenti u^j dei minimi del funzionale I : la prima assicura che tra i minimi di I ce n'è uno che verifica il principio del massimo; la seconda garantisce che tutti i minimi lo verificano. Osserviamo che f non è supposta strettamente convessa, dunque ci può essere più di un minimo.

Alcuni integrali I hanno problemi di semicontinuità inferiore; per ovviare a questo problema, consideriamo il funzionale rilassato

$$RI(u) = \inf \{ \liminf_k I(u_k) : u_k \rightarrow u \}$$

e diamo condizioni per la validità del principio del massimo per i minimi del funzionale rilassato.

- **Marcelli Cristina** (Università Politecnica delle Marche), “*Optimality conditions for non-convex, non-coercive autonomous variational problems with constraints*”.

Abstract: We consider the classical autonomous constrained variational problem of minimization of $\int_a^b f(v(t), v'(t)) dt$ in the class $\Omega := \{v \in W^{1,1}(a, b) : v(a) = \alpha, v(b) = \beta, v'(t) \geq 0 \text{ a.e. in } (a, b)\}$, where $f : [\alpha, \beta] \times [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ is a lower semicontinuous, non-negative integrand, which can be nonsmooth, nonconvex, noncoercive.

We prove a necessary and sufficient condition for the optimality of a trajectory $v_0 \in \Omega$ in the form of a DuBois-Reymond inclusion involving the subdifferential of Convex Analysis. Moreover, we also provide a relaxation result and necessary and sufficient conditions for the existence of the minimum expressed in terms of an upper limitation for the assigned mean slope $\xi_0 = (\beta - \alpha)/(b - a)$. Applications to various noncoercive variational problems are also included.

- **Mingione Giuseppe Rosario** (Università di Parma), “*Stime Calderon-Zygmund per sistemi parabolici degeneri*”.

Abstract: Le stime tipo Calderon-Zygmund permettono di ottenere, per equazioni e sistemi non omogenei, informazioni sull'integrabilità della soluzione a partire

da quella del "dato". Sono un classico nel caso lineare ellittico e parabolico. Per il p -Laplaciano sono invece una conquista piu' recente di T. Iwaniec (equazioni), e DiBenedetto-Manfredi (sistemi). Le tecniche note, basate dall'uso di opportuni strumenti di analisi armonica (commutatori, funzione massimale sharp) e stime $C^{1,\alpha}$, non si applicano al caso evolutivo, che è rimasto aperto. Presento un risultato, ottenuto con Emilio Acerbi, in cui questo gap viene infine colmato. La dimostrazione non fa uso di tecniche di Analisi Armonica, e si fonda su stime $C^{0,1}$, e non più $C^{1,\alpha}$. Essa si applica ovviamente al caso ellittico, e permette inoltre di ritrovare i risultati per equazioni a coefficienti discontinui (alla Chiarenza-Fracs-Longo), in modo completamente elementare. Il risultato in questione è infine: sia u la soluzione di

$$u_t - \operatorname{div}(|Du|^{p-2}Du) = \operatorname{div}(|F|^{p-2}F),$$

con $p > 1$, allora

$$F \in L^q_{loc} \Rightarrow Du \in L^q_{loc}$$

$\forall q \geq p$.

- **Passarelli Antonia** (Università di Napoli 'Federico II'), "*Regolarità parziale per minimi locali di integrali quasiconvessi e policonvessi*".

Abstract: Esporremo alcuni risultati concernenti la regolarità parziale $C^{1,\alpha}$ per i minimi locali di funzionali integrali del tipo

$$I(v) = \int_{\Omega} F(Dv(x))dx$$

dove l'integrando $F(\xi)$ ha crescita subquadratica, cioè $|F(\xi)| \leq L(1 + |\xi|^p)$, con $1 < p < 2$, e funzionali policonvessi del tipo

$$I(u) = \int_{\Omega} |Du|^2 + f(\operatorname{Adj}Du) + g(\det Du),$$

dove $u : \Omega \subset \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$, f cresce come $|\operatorname{Adj}Du|^p$, g come $|\det Du|^q$ e $1 < q < p < 2$.

- **Petricca Pier Vincenzo** (Università di l'Aquila), "*Esistenza di soluzioni per un problema vettoriale ellittico con dato misura*".

Abstract: Consideriamo il problema di Dirichlet

$$\begin{cases} -\sum_{i=1}^n D_i(|D_i u|^{p_i-2} D_i u) = \mu & \text{in } \Omega \\ u = 0 & \text{su } \partial\Omega \end{cases}$$

dove Ω è un aperto limitato di \mathbf{R}^n e μ è una assegnata misura vettoriale di Radon finita su \mathbf{R}^n a valori in \mathbf{R}^N . Sotto opportune ipotesi sugli esponenti $p_i \geq 2$ si mostra l'esistenza di una soluzione $u : \Omega \rightarrow \mathbf{R}^N$.

Questo problema si inquadra nell'ambito dei sistemi ellittici con crescita anisotropa.

- **Santambrogio Filippo** (SNS Pisa), “*Asymptotics of optimal compliance-location problems*”.

Abstract: We consider the problem of placing a Dirichlet region made by n small balls of given radius in a given domain subject to a force f in order to minimize the compliance of the configuration. Then we let n tend to infinity and look for the Γ -limit of suitably scaled functionals, in order to get informations on the asymptotical distribution of the centres of the balls (that will tend to concentrate mostly in the regions where f is stronger). This problem is both linked to optimal location and shape optimization problems.

- **Treu Giulia** (Università di Padova), “*Lipschitz regularity of minima under slow growth assumptions*”.

Abstract: The Lipschitz regularity of minima for one dimensional variational problems is a classical problem in the framework of the Calculus of Variations and is the crucial point to investigate more regularity properties.

The classical results in this direction make strongly use of the coercivity assumptions on the Lagrangian. We present some recent theorems in which the main point is a "geometric" growth assumption that include both the coercive functionals and a class of functions with linear growth.

- **Verde Anna** (Università di Napoli ‘Federico II’), “*Semicontinuità inferiore per funzionali policonvessi in SBV*”.

Abstract: Un risultato di semicontinuità inferiore si prova per funzionali composti da una energia policonvessa ed un termine di superficie. Tale teorema estende al contesto delle funzioni *SBV* un ben noto risultato di J. Ball del 1977.

- **Zeppieri Caterina** (Università ‘La Sapienza’ Roma), “*Un risultato di equi-integrabilità nell’ambito delle teorie di riduzione di dimensione*”.

Abstract: Nell’ambito dei problemi di riduzione di dimensione per materiali elastici nonlineari, si incontrano energie che dipendono da successioni di ‘gradienti riscaldati’, ovvero da successioni della forma $(\nabla_\alpha u_\varepsilon|_{\frac{1}{\varepsilon}} \nabla_3 u_\varepsilon)$ dove x_3 è la direzione ‘sottile’ e ∇_α rappresenta la derivazione nelle rimanenti variabili.

Un risultato di Bocea e Fonseca mostra che, sotto ipotesi di limitatezza in $L^p(\Omega, \mathbf{R}^{3 \times 3})$, una tale successione può essere decomposta nella somma di una successione $(\nabla_\alpha v_\varepsilon|_{\frac{1}{\varepsilon}} \nabla_3 v_\varepsilon)$ la cui potenza p -esima è equi-integrabile in Ω più un resto che converge a zero in misura.

Un tale lemma è di grande utilità nella determinazione delle teorie ‘ridotte’ a partire da quelle tridimensionali, tramite il calcolo di un Γ -limite.

Diamo una dimostrazione alternativa di questo risultato basata su un metodo di riscaldamento che ci permette di utilizzare l’analogo risultato, per ‘gradienti non riscaldati’, di Fonseca, Müller e Pedregal e di concludere tramite una semplice applicazione del Criterio di de la Vallée Poussin.