

Corso di Laurea Matematica A.A. 2010/11
Programma dettagliato del Corso di Geometria 1 – Prof: Giorgio PATRIZIO

1 Spazi vettoriali.

- 1.1 Vettori applicati, somma e prodotto per uno scalare. Basi, coordinate.
- 1.2 Spazi e sottospazi
- 1.3 Combinazioni lineari
- 1.4 Indipendenza lineare e basi.
- 1.5 Esistenza di basi.
- 1.6 Somma e intersezione di spazi.
- 1.7 Somme dirette.

2. Applicazioni lineari.

- 2.1 Definizioni, esempi, spazi di applicazioni lineari.
- 2.2 Nucleo e immagine, rango. Teorema della dimensione.
- 2.3 Composizione di applicazioni lineari, isomorfismi.
- 2.4 Duale di uno spazio vettoriale. Annullatore di un sottospazio. $\text{Rango}(A) = \text{Rango}(A^T)$ per ogni matrice A .
- 2.5 Prodotto di matrici. Invertibilità di matrici.
- 2.6 Matrice di cambio di base.
- 2.7 Matrici associate a applicazioni lineari. Similitudine di matrici.

3. Sistemi lineari, eliminazione di Gauss, tecniche di calcolo.

- 3.1 Sistemi lineari e riduzioni a scala mediante l'eliminazione di Gauss.
- 3.2 Teorema di Rouché-Capelli e struttura dell'insieme delle soluzioni di un sistema lineare.
- 3.3 Riduzione di problemi riguardanti spazi vettoriali e applicazioni lineari a sistemi lineari: calcolo di ranghi e di dimensioni, ricerca di sistemi di generatori e lineare indipendenza, studio di applicazioni lineari. Calcolo dell'inversa di una matrice. Equazioni parametriche e cartesiane di sottospazi vettoriali e affini.

4. Determinanti.

- 4.1 Definizione assiomatica della funzione determinante, sue proprietà e calcoli mediante l'eliminazione di Gauss.
- 4.2 Esistenza della funzione determinante (Senza dimostrazioni).

- 4.3 Sviluppi di Laplace (Senza dimostrazioni).

- 4.4 Teorema di Binet. Teorema di Cramer. Matrice inversa
- 4.5 Formula di Leibnitz per il determinante

5. Prodotti scalari e hermitiani.

- 5.1 Definizioni e esempi .
- 5.2 Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz.
- 5.3 Basi ortonormali. Procedimento di Gram-Schmidt. Proiezioni ortogonali
- 5.4 Aggiunta di una applicazione lineare. Endomorfismi autoaggiunti e isometrie. Matrici ortogonali e unitarie.

6. Autovalori e autovettori. Diagonalizzabilità.

- 6.1 Definizioni e esempi.
- 6.2 Polinomio caratteristico.
- 6.3 Basi di autovettori e diagonalizzabilità.
- 6.4 Diagonalizzazione ortonormale di endomorfismi autoaggiunti. Diagonalizzazione di matrici simmetriche e hermitiane.
- 6.5 Forme quadratiche reali e positività. Congruenza, segnatura e Teorema di Sylvester.

7. Geometria affine e metrica del piano e dello spazio

- 7.1 Riferimenti affini e metrici per piano e spazio.
- 7.2 Equazioni di rette e piani.
- 7.3 Relazioni e problemi riguardanti punti, rette e piani.
- 7.4 Angoli e ortogonalità.
- 7.5 Distanze.
- 7.6 Prodotto vettoriale
- 7.7 Coniche come luoghi geometrici.
- 7.8 Quadriche in \mathbf{R}^n . Riduzione a forma canonica affine e metrica delle coniche.

8. Introduzione alla Geometria Proiettiva

- 8.1 Spazi proiettivi, coordinate omogenee, sottospazi proiettivi.
- 8.2 Proiettività.

Bibliografia:

Quasi tutti gli argomenti sono stati trattati seguendo il testo:

M. Abate - C. de Fabritiis, *Geometria con elementi di algebra lineare*, Seconda Ed., McGraw-Hill, Milano 2010.

Per gli esercizi, può essere utile: M. Abate - C. de Fabritiis chiara, *Esercizi di Geometria*, McGraw-Hill.

Per tutti gli argomenti è opportuno consultare le note delle lezioni che si possono trovare al link:

[http://web.math.unifi.it/~patrizio/Didal/Geometria\(C.L.Matematica\)/](http://web.math.unifi.it/~patrizio/Didal/Geometria(C.L.Matematica)/)

In particolare:

- Per il punto **2.4** si consulti il paragrafo 6 del file [SpaziVettoriali10:11\(1-37\).pdf](#)

- Per il punto **4.5** si consulti il paragrafo 3 del file [Determ11.pdf](#)

- Per il Capitolo **5** abbiamo seguito la traccia esposta nel file [SpaziVettorialiMetrici.pdf](#)

- Per il Capitolo **6** abbiamo seguito la traccia esposta nel file [AutovettoriDiagonalizzazione.pdf](#)

- Per il Capitolo **8** abbiamo seguito la presentazione di N. Hitchin [N.Hitchin.Projective geometry/](#) (gli argomenti si trovano nelle prime pagine degli appunti)