

PROGRAMMA DETTAGLIATO

Gli argomenti del programma sono stati presentati modellando l'esposizione su:

E. Sernesi, *Geometria 2*, Bollati Boringhieri, Torino, 1994.

Su alcuni argomenti appunti informali dalle lezioni sono disponibili sulla pagina Web:

<http://web.math.unifi.it/~patrizio/DidaI/GeometriaIIA2012-13/>

PARTE I: TOPOLOGIA

1. Spazi topologici e applicazioni continue: Spazi metrici. Spazi topologici: aperti, chiusi, intorni, basi per una topologia, basi di intorni, assiomi di numerabilità, successioni. Sottoinsiemi di uno spazio topologico: interno, esterno, frontiera, chiusura, derivato. Applicazioni continue, applicazioni aperte, applicazioni chiuse, omeomorfismi. Esempi.

Bibliografia: Sernesi, Capitolo 1

2. Costruzione di spazi topologici: Sottospazi topologici. Spazi prodotto, continuità in spazi prodotto. Quozienti: topologia quoziente rispetto a una applicazione suriettiva, identificazioni. Esempi.

Bibliografia: Sernesi, Capitolo 2

3. Proprietà topologiche: Spazi di Hausdorff, assioma di Hausdorff e sottospazi, prodotti e quozienti. Cenno a altri assiomi di separazione: spazi T_1 , spazi regolari e normali. Spazi compatti. Compattezza e sottoinsiemi. Teorema di Heine-Borel. Teorema di Bolzano Weierstrass. Compattezza e applicazioni continue. Teorema di Tychonov (per prodotti finiti), compattezza in \mathbf{R}^n . Esempi. Spazi connessi. Connessione in \mathbf{R} . Connessione e applicazioni continue, connessione e chiusura di sottoinsiemi, connessione e prodotti, connessione e unione di sottoinsiemi. Componenti connesse. Connessione locale. Connessione per archi e locale connessione per archi. Teorema: Uno spazio topologico localmente connesso per archi è connesso se e solo se è connesso per archi. Esempi.

Bibliografia: Sernesi, Capitolo 3, Note dalle lezioni su Spazi topologici compatti (vedi Pagina Web), Note dalle lezioni su spazi topologici connessi (vedi Pagina Web)

4. Completezza e Compattezza di Spazi Metrici: Spazi metrici completi: Successioni di Cauchy, Richiami: completezza di \mathbf{R} , distanza della convergenza uniforme e completezza per spazi di applicazioni su spazi completi, sottospazi e completezza, Completamento di uno spazio metrico (per questo argomento solo cenno della dimostrazione), Teorema delle contrazioni. Caratterizzazione degli spazi metrici compatti, Lemma del numero di Lebesgue, Teorema di Heine-Cantor.

Bibliografia: Note dalle lezioni su Spazi Metrici (vedi Pagina Web)

Parte II: GEOMETRIA DIFFERENZIALE

1. Curve differenziabili: Curve regolari, loro lunghezza. Riparametrizzazione, parametrizzazione per lunghezza d'arco. Campi vettoriali lungo una curva. Riferimento di Frenet di una curva in \mathbf{R}^n e classificazione delle curve a meno di isometrie. Curve in \mathbf{R}^2 e in \mathbf{R}^3 : versori tangente, normale e binormale, curvatura, torsione. Forma canonica locale di una curva e proiezioni sui piani osculatore, normale e rettificante. Esempi.

Bibliografia: Sernesi, Capitolo 5, paragrafi 30, 31, 32

2. Varietà differenziabili in \mathbf{R}^n : Il teorema dell'applicazione inversa e il teorema delle funzioni implicite. Sottovarietà differenziabili di \mathbf{R}^n ; definizioni equivalenti di varietà (dimostrazione facoltativa); parametrizzazioni di varietà e loro compatibilità; applicazioni differenziabili. Definizione generale di varietà differenziabile. Spazio tangente a una sottovarietà. Differenziale di una applicazione differenziabile. Campi vettoriali.

Bibliografia: Note dalle lezioni su Sottovarietà di \mathbf{R}^n (vedi Pagina Web)

3. Superfici in \mathbf{R}^3 : Isometrie di superfici. Prima forma fondamentale; area di una porzione di superficie regolare. Applicazione di Gauss, operatore di forma, seconda forma fondamentale. Curvature normali, curvature principali, curvatura di Gauss e curvatura media. Classificazione dei punti di una superficie (punti ellittici, iperbolici, parabolici, planari, ombelicali; caratterizzazione delle superfici con tutti i punti ombelicali. Derivata covariante. Il Theorema Egregium. Geodetiche. Esempi.

Bibliografia: E. Sernesi, Capitolo 5, paragrafi 33, 34, 35, 36, 37, 38